

Grado en Ingeniería Mecánica 2016/2017

Trabajo Fin de Grado

**Estudio experimental de un eje
fisurado giratorio. Cálculo de la
velocidad crítica.**

Departamento Ingeniería Mecánica

Luis González Pozuelo

Tutora

Laura Montero García

Leganés, Septiembre de 2017

Resumen

La presencia de fisuras y su propagación en ejes rotatorios es uno de los principales causantes de daños en la industria. La aparición de fisuras y otros defectos en ejes rotatorios hace que aumenten las vibraciones, llegando a dañar diversos componentes de una máquina e incluso provocando el fallo completo del sistema motor.

En este proyecto se ha realizado el estudio experimental de los desplazamientos verticales de ejes rotatorios. Se ha empleado un sistema similar al Motor de Jeffcott Rotor para obtener los resultados y analizar distintas profundidades de fisura.

Se han analizado los desplazamientos horizontales y verticales del punto central de la sección de un eje mediante el estudio de las órbitas y del espectro de frecuencias. Se hace uso de estas herramientas con el objetivo de obtener el valor de la velocidad crítica del eje. Además, se plantea un procedimiento para obtener la velocidad crítica a partir de los resultados obtenidos en el espectro de frecuencias. Además, se ha estudiado la influencia de la profundidad de fisura sobre las órbitas y el espectro de frecuencias para distintas velocidades de giro.

Palabras clave: ejes rotatorios, rotor Jeffcott, velocidad crítica, fisura, órbitas, espectro de frecuencias, FFT.

Abstract

The presence of cracks and their propagation in rotating shafts is one of the main causes of damages in the industry. The appearance of cracks and other defects in rotating shafts increases the vibrations, and it can produce damages in various components of a machine and it can even cause the complete failure of the motor system.

In this Project, an experimental study of the vertical displacements of rotating axes has been realized. A system similar to the Jeffcott Rotor Engine has been used to obtain the results and to analyze different crack depths.

In order to study the horizontal and vertical displacements of the central point of the section of an axis it has been used the study of the orbits and the frequency spectrum. These tools are used in order to obtain the value of the critical speed of the axis. In addition, it has been proposed, a procedure to obtain the critical velocity from the results obtained in the frequency spectrum. Finally, the influence of crack depth on the orbits and the frequency spectrum for different spin speeds has been already studied.

Key words: rotating shafts, Jeffcott rotor, critical speed, crack, orbits, frequency spectrum, FFT.

Contenido

Resumen	3
Abstract.....	4
Contenido	5
Índice de figuras	7
Índice de Tablas.....	8
Capítulo 1	9
Introducción	9
1.1 Motivación	9
1.2 Objetivos	10
1.3 Estructura del documento.....	10
Capítulo 2	12
Antecedentes	12
2.1 Rotodinámica	12
2.2 Modelo de Jeffcott Rotor.....	15
2.3 Métodos de análisis de defectos en ejes	16
2.4 Propiedades de los ejes fisurados	21
2.4.1 Efecto breathing	22
2.5 Parámetros de la fisura	23
2.6 Diagnóstico de defectos en ejes fisurados.....	25
Capítulo 3	28
Estudio experimental	28
3.1 Características del dispositivo experimental	28
3.2 Metodología de ensayo.....	31
3.3 Método de cálculo de la velocidad crítica a partir de datos experimentales	32
3.3.1 Descripción del proceso	32
Capítulo 4	38
Análisis de los resultados.....	38
4.1 Obtención de la velocidad crítica a partir de datos experimentales	38
4.2 Análisis de las órbitas y el espectro de frecuencia	50
Capítulo 5	59

Conclusiones y trabajos futuros	59
5.1 Conclusiones del experimento	59
5.2 Propuestas de mejora y trabajos futuros.....	60
Capítulo 6	62
Planificación y presupuesto	62
6.1 Organización	62
6.2 Presupuesto detallado	64
BIBLIOGRAFÍA	66

Índice de figuras

Figura 2.1: Modelo Jeffcott Rotor y sección de un eje intacto [17]	15
Figura 2.2 Deformación de un eje rotatorio	17
Figura 2.3: Diferencia de órbitas entre eje intacto y fisurado a velocidades cercanas a $\frac{1}{2}\omega_{critica}$	17
Figura 2.4: Representación Transformada de Fourier	18
Figura 2.5: FFT de los desplazamientos para un eje intacto	20
Figura 2.6: Modelo Rotor Jeffcott con fisura	21
Figura 2.7: Modo I o apertura.....	21
Figura 2.8: Modo II o deslizamiento	22
Figura 2.9: Modo III o rasgado.....	22
Figura 2.10: Cierre y apertura de la fisura.....	23
Figura 2.11: Frente de fisura recto y elíptico	23
Figura 2.12: Parámetros característicos de la fisura	24
Figura 2.13: Órbitas para eje intacto, eje con fisura $\alpha=0.25$ y $\alpha=0.35$	25
Figura 2.14: Órbitas para $1/2\omega_{crit}$, $1/3\omega_{crit}$ y $1/4\omega_{crit}$ [16].....	26
Figura 2.15: FFT de los desplazamientos para un eje fisurado	27
Figura 3.1: Fotografía del instrumental utilizado [17]	28
Figura 3.2: Fotografía del banco de ensayos[19]	29
Figura 3.3: Posición de la excentricidad en el disco	30
Figura 3.4: Posición de los sensores [17]	30
Figura 3.5: Barrido general de velocidades. Órbitas para el caso $\alpha=0.35$	34
Figura 3.6: Barrido fino de velocidades. Órbitas para eje con $\alpha=0.35$	35
Figura 3.7: Barrido fino de velocidades. FFT para eje con $\alpha=0.35$	36
Figura 4.1: Espectros de frecuencias para $\alpha=0$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	39
Figura 4.2: Espectros de frecuencias para $\alpha=0.10$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	40
Figura 4.3: Espectros de frecuencias para $\alpha=0.15$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	41
Figura 4.3: Espectros de frecuencias para $\alpha=0.20$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	42
Figura 4.5: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.25$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	43
Figura 4.6: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.30$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	44
Figura 4.7: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.35$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	45
Figura 4.8: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.40$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	46
Figura 4.9: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.45$ en torno a $1/3\omega_{crit}$	47
Figura 4.10: Órbita y FFT a $1/3\omega_{crit}$ para los distintos ejes	52
Figura 4.11: Órbita y FFT a $1/2\omega_{crit}$ para los distintos ejes	54
Figura 4.12: Órbita y FFT a $1/4\omega_{crit}$ para los distintos ejes	58

Índice de Tablas

Tabla 2.1: Armónicos y propiedades de los principales defectos	19
Tabla 3.1: Características de los ejes estudiados	31
Tabla 3.2: Análisis de amplitudes. Intervalo de cálculo de $1/3\omega_{crit}$. Eje con $\alpha=0.35$..	36
Tabla 4.1: $1/3\omega_{crit}$ y relación de amplitudes $A1/A3$ para los distintos ejes.....	48
Tabla 4.2: Velocidades críticas ω_{crit} para los distintos ejes.....	49
Tabla 6.1: Desglose de tareas	62
Tabla 6.2: Desglose del presupuesto del proyecto	64

Capítulo 1

Introducción

1.1 Motivación

La aparición de defectos en los componentes de una máquina es un gran problema en el ámbito ingenieril ya que puede suponer la rotura catastrófica de sistemas mecánicos o generar accidentes.

En ingeniería adquieren especial importancia los defectos que ocurren por fatiga. La fatiga de materiales, se refiere a un fenómeno por el cual la rotura de los materiales es más frecuente conforme aumenta el número de ciclos de carga. Además, bajo cargas dinámicas cíclicas se produce más fácilmente que con cargas estáticas, y en ocasiones la rotura por fatiga se debe a la aparición de fisuras.

La aparición de fisuras por fatiga en los elementos mecánicos hace que disminuya las propiedades mecánicas de la pieza, provocando un aumento de los desplazamientos y una disminución de las frecuencias de vibración, y, por tanto, de sus velocidades críticas.

Aunque la fatiga es un fenómeno conocido desde la antigüedad, empezó a adquirir mayor importancia y a estudiarse a partir de la revolución industrial, cuando se comenzó a observar la rotura de materiales con cargas dinámicas con mucha más facilidad que con cargas estáticas.

Con el fin de evitar roturas de maquinaria y accidentes han surgido un gran número de estudios para determinar la aparición y evolución de fisuras. Los principales objetivos de estos estudios son poder determinar el tamaño máximo de fisura y la velocidad máxima aceptables que no pongan en riesgo la integridad del elemento mecánico.

El estudio de la evolución de las fisuras adquiere especial importancia en los ejes de rotación ya que en estos elementos las fisuras están sometidas a esfuerzos cíclicos de tracción-compresión lo que provoca que la fisura se abra y cierre alternativamente, en un fenómeno denominado “breathing” y que implica una mayor evolución y crecimiento de la fisura.

1.2 Objetivos

En este proyecto se pretende estudiar la evolución de las fisuras de un eje vibratorio mediante el análisis numérico de los desplazamientos generados por la vibración de un eje fisurado en rotación. Para ello se utilizarán métodos numéricos como la transformada de Fourier, así como el análisis de las órbitas descritas por la sección del eje.

Existen variaciones en las gráficas obtenidas en ambos métodos a medida que el eje se aproxima a la velocidad crítica o múltiplos de ésta. Se experimentará con 10 ejes rotatorios con distintas profundidades de fisura y distintas velocidades, y se analizarán las órbitas y el espectro de frecuencias generados con el objetivo de encontrar un método que permita obtener el valor de la velocidad crítica.

Además, este documento pretende ofrecer una serie de puntos de mejora para que en estudios posteriores se puedan alcanzar nuevas conclusiones y resultados más significativos y precisos.

1.3 Estructura del documento

El presente documento se divide en 7 capítulos organizados de la siguiente manera:

En el capítulo 1 se expone una pequeña introducción al trabajo, la motivación y los objetivos marcados para el mismo, y la estructura en la que está organizado.

En el capítulo 2 se tratan los antecedentes de investigaciones del área, un breve desarrollo histórico de los principales avances y algunos conceptos teóricos.

En el capítulo 3 se aporta una explicación del montaje del equipo de toma de datos y las características de los elementos a estudiar. Se explica además el método de obtención de los datos experimentales y el método de análisis.

En el capítulo 5 se exponen las conclusiones finales obtenidas de los resultados del estudio, los trabajos futuros y las posibles mejoras.

En el capítulo 6 se indica el presupuesto teórico y la organización de recursos y materiales del proyecto.

En el capítulo 7 se indica la bibliografía y las referencias empleadas en el presente trabajo.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1 Rotodinámica

La rotodinámica o dinámica de ejes es la rama de la dinámica que estudia el comportamiento de máquinas rotatorias. Una máquina rotatoria es aquella que tiene uno o más componentes capaces de girar alrededor de un eje o punto dado. Las máquinas rotatorias están muy presentes en la industria, especialmente los ejes, que son fundamentales para el funcionamiento de muchas máquinas. Ejemplos de máquinas rotatorias son las turbinas, los generadores, las bombas centrífugas, los motores o los compresores.

Uno de los objetos de estudio más importantes de esta rama de la dinámica es el estudio de las vibraciones, así como los efectos que estas vibraciones pueden provocar al funcionamiento de la maquinaria pues pueden provocar daños severos sobre los ejes y que pueden ser transmitidos a otros componentes.

Las vibraciones son especialmente relevantes en los ejes cuando las velocidades de giro se acercan a ciertos valores llamados velocidades críticas, ya que hacen que el sistema entre en resonancia y aumente la amplitud de las vibraciones y genere posibles daños en el sistema [1].

Sin embargo, pese a la importancia de los ejes en la maquinaria, no fue hasta mediados del siglo XIX cuando se empezó a estudiar esta rama de la dinámica.

El escocés Rankine fue de los primeros ingenieros en observar que la aparición y expansión de las grietas era el principal causante de los fallos por fatiga de los ejes ferroviarios, por ese entonces elemento clave del transporte. Intensificó sus estudios a partir de la década de 1840, tras la catástrofe ferroviaria de Versalles, donde el eje de una locomotora se fracturó súbitamente provocando la muerte de cincuenta personas. Rankine

mostró que el fallo había sido producido por el crecimiento progresivo de una fisura y la concentración de tensiones que ahí se producía.

El propio Rankine en 1869 publicó el primer artículo sobre la dinámica de los ejes en rotación [2]. En este artículo concluía que a partir de cierta velocidad de giro y para unas condiciones de material longitud y diámetro específicas, el eje se deforma de manera considerable. Su teoría indicaba que no se puede superar cierta velocidad límite sin haber fallo, un modelo que años más tarde resultó rebatido. Además, Rankine introdujo el término de *whirling*, que se refiere al movimiento del centro de un eje en el plano de su sección cuando se encuentra girando.

En 1889, Carl De Laval, un ingeniero suizo, diseñó una turbina de impulso que lograba superar la velocidad límite de la que habló Rankine, y realizó múltiples publicaciones sobre este campo

Esa velocidad límite que Rankine mencionaba pasó a denominarse *velocidad crítica* a partir de los estudios de S. Dunkerley en 1893. Publicó un estudio sobre las vibraciones de ejes accionados por poleas que derivaron en una fórmula que proporcionaba la velocidad crítica más baja de un sistema multirrotor o primera velocidad crítica [3]. Definió la velocidad crítica como la velocidad (ω_{crit}) que coincide con la frecuencia natural del motor (ω_{nat}) y sigue la ecuación:

$$\omega_{crit} = \omega_{nat} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

donde m es la masa y k la rigidez del sistema rotor

Después, en 1916, Kerr publicó un ensayo que evidenciaba la existencia de una segunda velocidad crítica.

Es en 1919 cuando surge la primera teoría fundamental de la rotodinámica, publicada por H. Jeffcott. En ella propuso el llamado *Motor de Jeffcott Rotor*, también conocido como eje de Laval en honor a Carl De Laval. Este modelo es uno de los más utilizados en muchas investigaciones, y por ello es el método escogido en este proyecto para obtener los datos experimentales.

Aproximadamente una década más tarde, se empezó a realizar estudios de sistemas con ejes asimétricos. Su principal característica es la aparición de vibraciones inestables en ciertos rangos de operación. Esto fue descubierto y publicado por D. M. Smith en 1933 [4]. En este documento demostró fórmulas que predecían cómo variaba la velocidad angular umbral para observar inestabilidades críticas.

Se han escrito numerosos estudios que se centran en el comportamiento de un eje fisurado, así como del motor de rotor de Jeffcott; en muchos de los cuales, profundizando en la identificación y detección de fisuras. También hay diversas publicaciones acerca de la variación de las órbitas generadas por el eje en función de las distintas frecuencias naturales o el tamaño de fisura del eje; unas variaciones que suelen producirse en torno a la velocidad crítica, la mitad y un tercio de esta, destacando las aportaciones de Sinou [5, 6, 7].

Otra de las facetas más estudiadas trata de explicar el fenómeno del “breathing” en un eje en estado de servicio durante el análisis. Investigadores como T. H. Patel, A. K. Darpe [8] u O. S. Jun presentaron modelos matemáticos que pretenden analizar este fenómeno de apertura o cierre de la grieta.

Muchos estudios se centran en el análisis de las señales obtenidas del comportamiento del eje, sin embargo, estas señales son muy complejas y difícilmente interpretables por lo que se hace necesario el uso de herramientas que transformen señales en el dominio del tiempo en señales en el dominio de la frecuencia [9]. Una de las más utilizadas por los investigadores de esta área es la Transformada Rápida de Fourier (FFT), que permite transformar señales periódicas complejas en la suma de señales simples (armónicos) asociadas cada una a una frecuencia concreta. En este proyecto se realizarán análisis del espectro de frecuencias empleando esta herramienta para obtener la velocidad crítica de giro del eje

2.2 Modelo de Jeffcott Rotor

Como se ha explicado anteriormente, en 1919 Henry Jeffcott desarrolló su modelo de rotor. Este modelo es uno de los más utilizados en las investigaciones de la dinámica de ejes [10, 11, 12, 13], ya que pese a ser una simplificación de un rotor que pueda existir en la industria, sí que conserva algunas características que permiten una excelente comprensión de los fenómenos que ocurren en un eje rotatorio.

Como se puede ver en la figura 2.1 el Modelo Jeffcott Rotor consiste en un eje de sección uniforme y masa despreciable fisurado, apoyado sobre dos cojinetes en sus extremos, y que presenta un disco en la mitad de su longitud. Además, lleva una masa excéntrica de tal manera que el centro de gravedad del sistema quede desplazado del eje de rotación. El sistema es accionado por un motor a distintas velocidades angulares.

En la figura 2.1 se representa la posición del disco. Donde m_e la masa excéntrica, C es el centro geométrico del disco; G es el centro de gravedad del sistema, e_u es la excentricidad o la distancia entre los dos puntos anteriores, Ω representa la velocidad angular a la que gira el rotor y O es la posición del origen del sistema de referencia, situado donde se encontraría el centro de gravedad y geométrico cuando el sistema está en reposo.

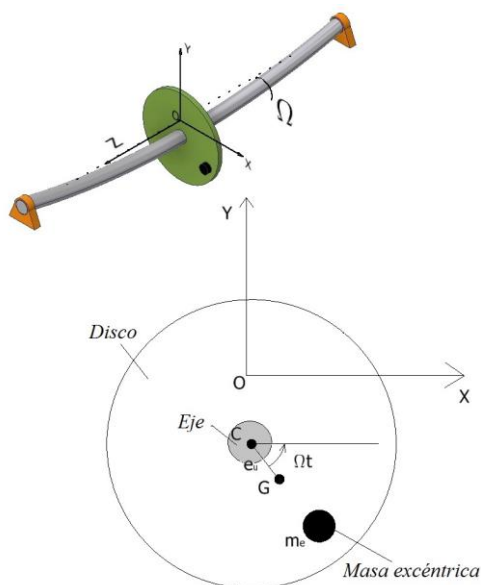


Figura 2.1: Modelo Jeffcott Rotor y sección de un eje intacto [17]

2.3 Métodos de análisis de defectos en ejes

2.3.1 Tipos de defectos

En las máquinas rotatorias se pueden dar varios tipos de defectos entre los que se encuentran:

- Desequilibrios
- Fisuras
- Desalineamientos
- Defectos de rodamientos
- Desajustes mecánicos
- Holgura
- Inestabilidad térmica

En este proyecto se tratarán dos de ellos.

En primer lugar, el desequilibrio, ocurre cuando el centro geométrico y el centro de masas del eje no coinciden. Aunque se intenta minimizar, todos los sistemas reales presentan un desequilibrio, por mínimo que sea. El Modelo de Jeffcott Rotor representado en la figura 2.1 trata de mostrar un ejemplo de este defecto al colocar la masa en una posición excéntrica.

En segundo lugar, la fisura, es un defecto superficial que puede provocar la rotura catastrófica si se propaga por fatiga. En este proyecto las fisuras se realizan en forma de entallas con forma y dimensión controladas.

2.3.2 Órbitas

En el contexto de la rotodinámica, una órbita es la representación gráfica de la trayectoria que describe cualquier punto del eje, en el plano perpendicular a la línea que une los apoyos cuando el eje se encuentra girando. Es decir, la órbita representa el fenómeno *whirling* que describió Rankine.

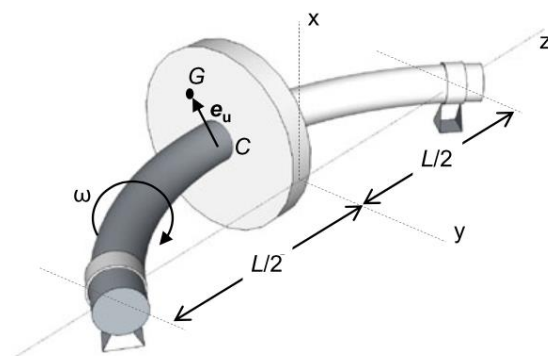
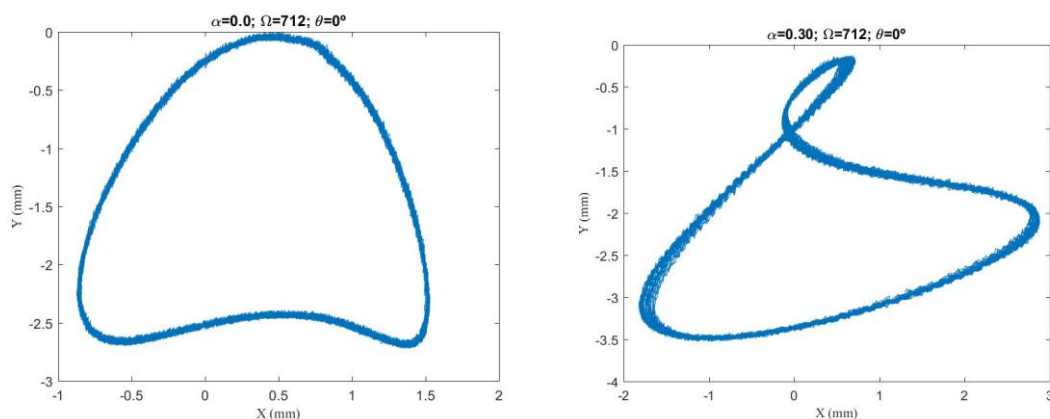


Figura 2.2 Deformación de un eje rotatorio

La órbita formada por el eje tiende a generar una forma elíptica, sin embargo, cuando el eje gira a velocidades cercanas a la velocidad crítica y a sus múltiplos y submúltiplos naturales, los desplazamientos verticales y horizontales crecen en amplitud la geometría de la órbita cambia y aparecen giros bruscos o incluso lazos.

El análisis de órbitas a lo largo de un amplio margen de velocidades de giro permite observar cuándo aparecen inestabilidades indicativas de la velocidad crítica de velocidades subcríticas como $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$. El estudio de órbitas es una buena herramienta para detectar defectos ya que los ejes defectuosos presentarán inestabilidades en la órbita a velocidades de giro más bajas que en un eje intacto.

Figura 2.3: Diferencia de órbitas entre eje intacto y fisurado a velocidades cercanas a $\frac{1}{2}\omega_{crit}$

Pese a que el análisis de órbitas puede dar mucha información acerca de la posible aparición y crecimiento de fisuras, desequilibrios, etc., es necesario, y muy frecuente acompañar el estudio de las órbitas con un análisis del espectro de frecuencias de la señal.

2.3.3 Análisis del espectro de frecuencias

Junto con el análisis de órbitas se suele realizar un análisis de la señal que mide los desplazamientos del eje. Estas señales obtenidas son demasiado complejas y difíciles de interpretar por lo que es necesario utilizar herramientas matemáticas que faciliten su comprensión y tratamiento.

Una de las herramientas más utilizadas en el análisis de vibraciones es la Transformada Rápida de Fourier que, como su propio nombre indica, es una transformación matemática capaz de transformar señales entre el dominio del tiempo y la frecuencia.

La Transformada Rápida de Fourier permite descomponer una señal periódica compleja en la suma de varias señales armónicas simples y asociadas a una frecuencia distinta.

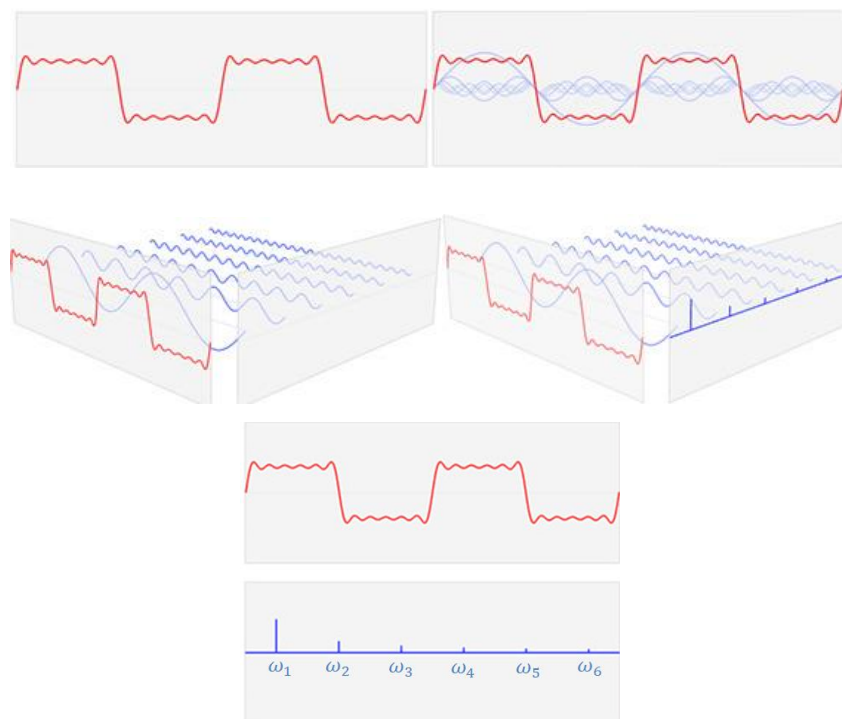


Figura 2.4: Representación Transformada de Fourier

En la figura 2.4 se puede ver una representación del funcionamiento de la transformada de Fourier. En ella se ve cómo la señal periódica roja se puede descomponer en la suma de seis señales armónicas simples (azul), cada una de ellas asociadas a una

frecuencia distinta ω_n . De esta forma tendremos la señal en dominio del tiempo (rojo) transformada en dominio de la frecuencia (azul).

La FFT es muy utilizada en el análisis de vibraciones de los ejes rotatorios porque permite visualizar los datos de los desplazamientos del eje en el dominio de la frecuencia de forma muy visual.

La aparición de picos a determinadas frecuencias en la FFT puede ser un indicativo del tipo de defecto que puede presentar el eje. En función de la posición y la amplitud de los picos aparecerá un tipo de defecto específico, como se resume en la tabla 2.1.

Tabla 2.1: Armónicos y propiedades de los principales defectos

Defecto	Armónicos	Propiedades del espectro
Desequilibrio	1X	El pico 1X es el predominante
Fisura	1X y 2X	El pico 1X es el predominante, el 2X es menor
Desalineamiento	1X, 2X, etc.	La amplitud de los distintos picos es similar
Inestabilidad térmica	1X	1X varía amplitud y fase
Holgura	1X y un gran número de componentes	Amplitud de 1X predominante

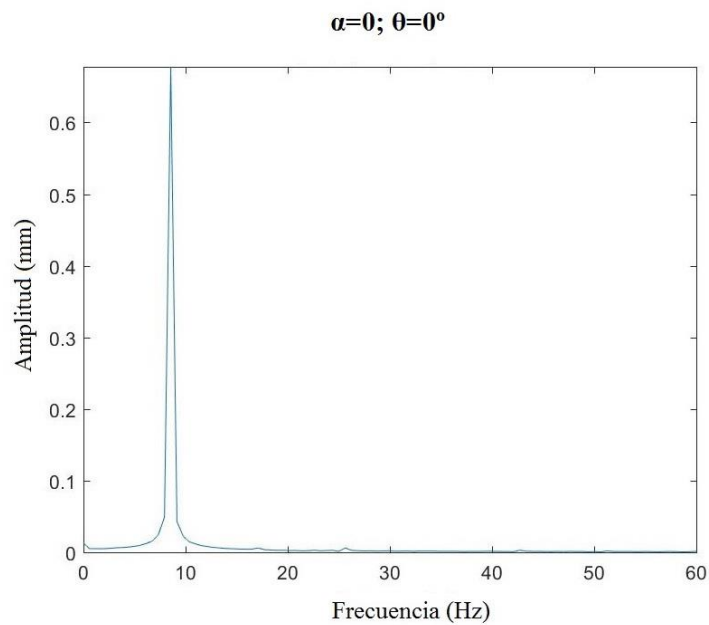


Figura 2.5: FFT de los desplazamientos para un eje intacto

En el caso de que exista un desequilibrio en el sistema, en el espectro de frecuencias aparecerá un pico a una frecuencia correspondiente a la velocidad de giro del rotor.

En la figura 2.5 se puede ver un ejemplo de la transformada de los desplazamientos de un eje. En ella aparece un único pico en la frecuencia de la señal que corresponde con la velocidad a la que está girando el eje, por lo cual, puede decirse que es debido a un desequilibrio. Dado que aparecen desequilibrios en prácticamente todas las máquinas rotatorias, y que la frecuencia a la que aparece el pico correspondiente es la velocidad de giro, se denominan como 1X a los armónicos relacionados con el desequilibrio.

2.4 Propiedades de los ejes fisurados

En el estudio de ejes fisurados se suele utilizar el modelo de Jeffcott Rotor Fisurado mostrado en la figura 2.6:

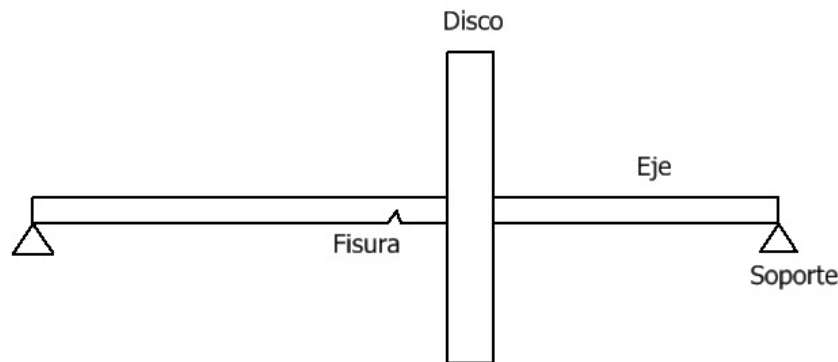


Figura 2.6: Modelo Rotor Jeffcott con fisura

El modelo es prácticamente el mismo que el modelo de Jeffcott Rotor pero en este caso presenta una fisura. Mediante este modelo se puede analizar la propagación de fisuras y la aparición de fracturas aplicando teorías de la elasticidad y la plasticidad.

La fractura es la culminación del proceso de deformación plástica y se produce por la separación o fragmentación de un cuerpo por la acción de un estado de cargas.

Según la teoría de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal el crecimiento de una fisura está influenciado por las tensiones, tanto en magnitud como en distribución, a las que está sometido el cuerpo. Esta teoría distingue tres modos de fractura distintos:

- Modo I o apertura: en el que las tensiones de tracción hacen que las deformaciones se produzcan en la dirección perpendicular al plano de la fisura, separando las superficies de fractura.

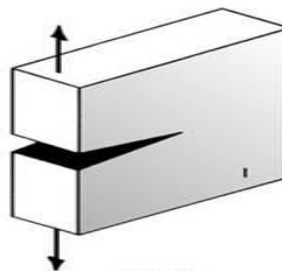


Figura 2.7: Modo I o apertura

- Modo II o de deslizamiento: está causado por tensiones de cizalladura y se producen los desplazamientos en el plano de la fisura.

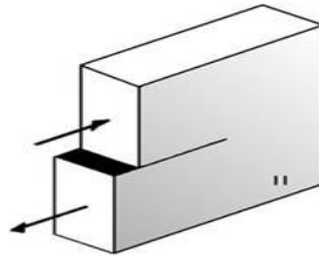


Figura 2.8: Modo II o deslizamiento

- Modo III o rasgado: también causado por tensiones de cizalladura, pero el desplazamiento es tangencial a las paredes de la fisura.

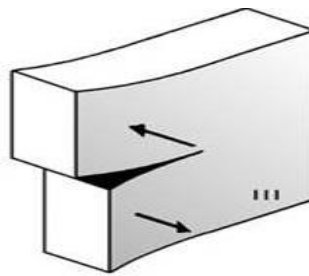


Figura 2.9: Modo III o rasgado

Entre estos tres modos de rotura el modo I o apertura es el más frecuente y el principal caso de fallo por fatiga. En el caso de los ejes rotatorios esta apertura se une a que el sistema está sometido a un sistema de cargas cíclicas, lo cual causa el denominado efecto “*breathing*”, principal causa de rotura en ejes.

2.4.1 Efecto *breathing*

A la hora de estudiar la dinámica de ejes fisurados en rotación hay que tener en cuenta que la fisura no se encuentra constantemente abierta sino que su estado va alternando entre abierta y cerrada.

En el esquema de la figura 2.10 se puede observar cómo la posición de la grieta cambia de manera periódica durante el giro del eje, es decir, se va abriendo y cerrando

cambiando la rigidez del eje, en función de si está sometida a esfuerzos de tracción o compresión. A este fenómeno se le denomina efecto “*breathing*”.

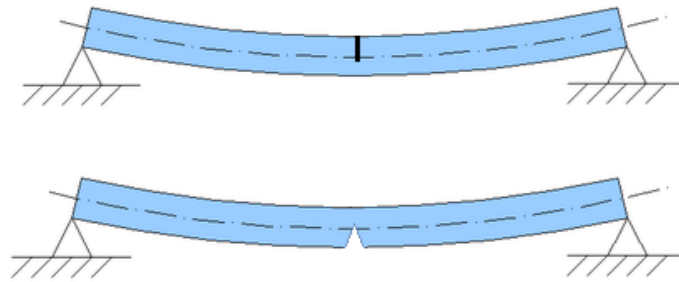


Figura 2.10: Cierre y apertura de la fisura

Así pues, en función de la posición angular en la que se encuentre el eje, la fisura estará más o menos abierta, haciendo que los esfuerzos de flexión, tracción y compresión a los que está sometida cada parte de la barra en cada instante variarán.

2.5 Parámetros de la fisura

En el estudio de ejes fisurados de sección cilíndrica se pueden dar dos maneras de considerar las fisuras: fisuras de frente plano y fisuras de frente elíptico [figura 2.11]; sin embargo, las de frente plano son más frecuentes ya que simplifican el análisis.

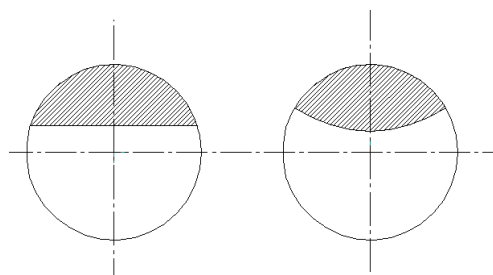


Figura 2.11: Frente de fisura recto y elíptico

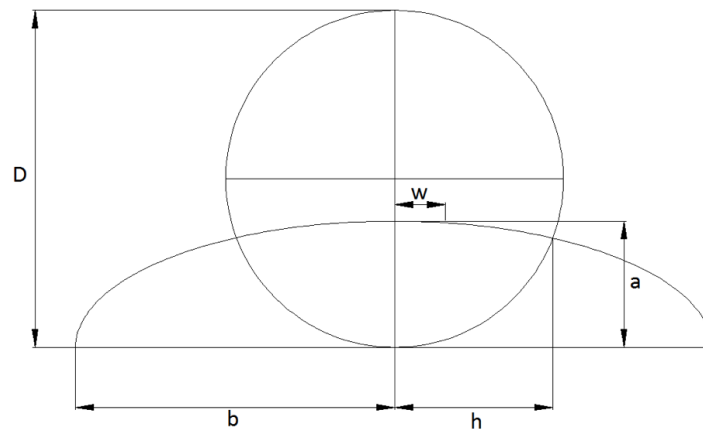


Figura 2.12: Parámetros característicos de la fisura

En cuanto a la tipología en ejes fisurados, hay una serie de parámetros que definen la fisura de un eje, y que, según las cotas de la figura 2.12 son los siguientes:

- Longitud característica de la fisura (α): representa la profundidad relativa de la fisura. Se obtiene mediante la ecuación: $\alpha = \frac{a}{D}$, donde a es la profundidad de la fisura y D el diámetro del eje.
- Factor de forma de la fisura (β): puede tomar dos únicos valores; $\beta = 0$ si la fisura es de frente recto, y $\beta = 1$ si la fisura es de frente semicircular.

Para este proyecto se utilizarán todos los ejes con un factor de forma $\beta = 0$, es decir, de frente recto, pero utilizando distintas longitudes características, a saber, $\alpha = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45$, y un eje con $\alpha = 0.00$, es decir, un eje intacto.

2.6 Diagnóstico de defectos en ejes fisurados

2.6.1 Órbitas en ejes fisurados

Cuando se hace una representación de las órbitas descritas por el eje se puede realizar en distintos puntos a lo largo de la longitud del eje. Sin embargo, en el caso concreto de ejes rotatorios con fisura, una de las secciones más estudiadas es la sección fisurada.

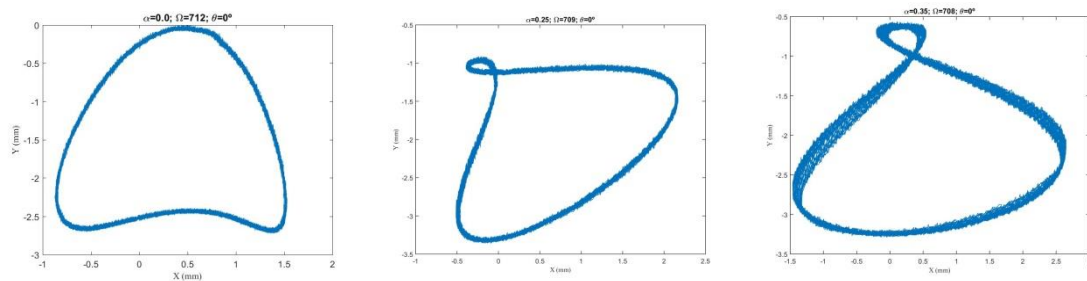


Figura 2.13: Órbitas para eje intacto, eje con fisura $\alpha=0.25$ y $\alpha=0.35$

En la figura 2.13 se puede apreciar cómo cambian los patrones de las órbitas al comparar entre un eje intacto y ejes con fisuras en una velocidad $\frac{1}{2}\omega_{crit}$. Es importante destacar cómo la órbita se vuelve mucho más inestable cuando se analiza un eje con fisura.

En cuanto al número de lazos que pueden aparecer, variarán en función de a la velocidad a la que esté girando el eje.

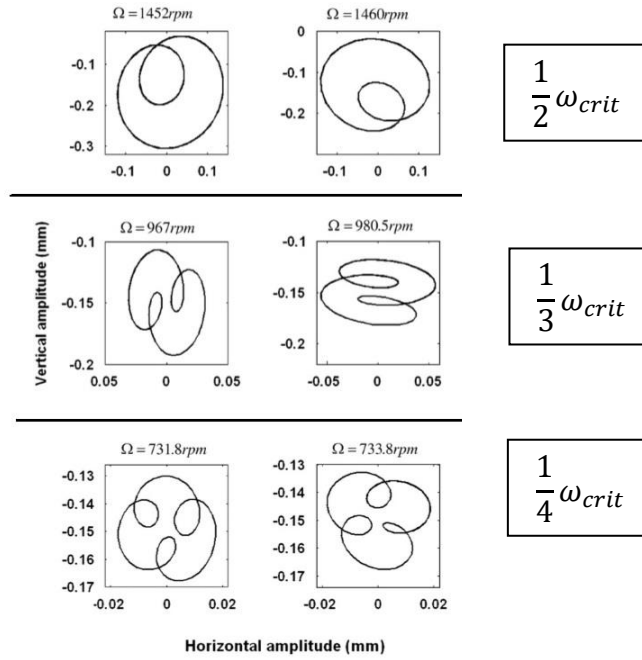


Figura 2.14: Órbitas para $\frac{1}{2} \omega_{crit}$, $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{4} \omega_{crit}$ [16]

La figura 2.14 representa la forma de las órbitas en torno a las tres velocidades subcríticas principales: $\frac{1}{2} \omega_{crit}$, $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{4} \omega_{crit}$. La forma variará en función de la velocidad a la que esté girando, así, en torno a $\frac{1}{2} \omega_{crit}$, la órbita presentará un único lazo, en velocidades en torno a $\frac{1}{3} \omega_{crit}$, dos lazos, y si gira en torno a $\frac{1}{4} \omega_{crit}$, aparecerán tres.

Se puede decir que el número de lazos se relaciona con la velocidad de tal forma que si nos encontramos a una velocidad $\frac{1}{n} \omega_{crit}$, obtendremos $n - 1$ lazos interiores.

2.6.2 Análisis del espectro de frecuencias en ejes fisurados

Igual que ocurre con las órbitas, al analizar el espectro de frecuencias en ejes fisurados, aparecen alteraciones respecto al de un eje intacto.

Como ya se explicó en el punto 2.3.3, cuando se da un desequilibrio en el eje, en el espectro de frecuencias aparecerá siempre un primer pico a la frecuencia correspondiente a la velocidad de giro y se le denomina 1X [18].

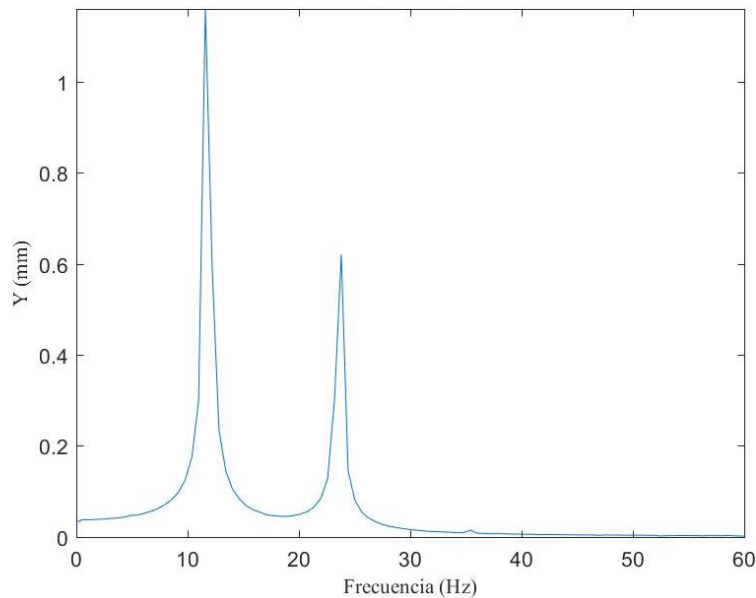


Figura 2.15: FFT de los desplazamientos para un eje fisurado

Como se aprecia en la figura 2.15, en la que se representa un eje girando a $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, si además el eje presenta una fisura, el espectro de frecuencias presentará mínimo dos componentes de vibración o picos, 1X y 2X, que corresponderán con la velocidad de giro (1X) y con el doble de la velocidad de giro (2X).

Aparecerán más picos cuando el eje fisurado se encuentre girando a una velocidad próxima a la velocidad crítica de giro, o a sus múltiplos y submúltiplos. Especial importancia tienen las velocidades de giro subcríticas $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$, donde aparecen dos, tres y cuatro picos respectivamente. Así, cuando el eje esté girando a una velocidad $\frac{1}{n}\omega_{crit}$ el número de picos que aparecerán en el espectro de frecuencias, será siempre n . En estos casos, 1X se corresponderá con la velocidad de giro del eje, y nX con la velocidad crítica, y la relación entre sus frecuencias siempre será de la velocidad crítica n veces la velocidad de giro.

Capítulo 3

Estudio experimental

3.1 Características del dispositivo experimental

Con el objetivo de analizar de forma experimental el comportamiento dinámico de un eje fisurado se ha utilizado un banco de ensayos que se muestra en la figura 3.1.



Figura 3.1: Fotografía del instrumental utilizado [17]

Los elementos principales de los que consta este banco de ensayos son:

- Eje de aluminio fisurado.
- Disco con una masa excéntrica.
- Bancada.
- Mordazas.
- Motor.
- Láseres de medición de los desplazamientos.
- Ordenador.

El montaje se realiza según la imagen de la figura 3.2 y sigue la disposición del motor de Jeffcott. El eje se coloca biempotrado, y sujeto por las dos mordazas; en un lado se dispone del cabezal de arrastre, movido por un servomotor, y al otro lado un

contrapunto. En mitad de la longitud del eje se sitúa el disco, al cual se le acopla una masa excéntrica, como se muestra en la figura 3.2.



Figura 3.2: Fotografía del banco de ensayos[19]

Los ejes analizados tienen un diámetro $D = 20mm$ y una longitud efectiva $L = 900mm$. En cuanto a sus propiedades resistentes son ejes de aluminio de Módulo de Young $E = 75GPa$, coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$ y densidad $\rho = 2700 kg/m^3$. En el centro de los ejes se realiza una entalla de frente recto ($\beta = 0$) y una longitud característica diferente para cada eje en función del ensayo, como ya se mencionó en el punto 2.5, las distintas longitudes características serán $\alpha = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40, 0.45$; es decir, profundidades de entalla de 2 a 9mm.

En cuanto al disco colocado en la posición central del eje, tiene un diámetro de 200mm, un espesor de 21mm. Es un disco de acero con Modulo de Young $E = 210 GPa$, densidad $\rho = 7850 kg/m^3$, y coeficiente de Poisson $\nu = 0.33$.

Este disco lleva colocada una excentricidad cuya masa es 0.2 kg y es colocada en uno de los agujeros que posee el disco. Para este estudio se colocará siempre en la misma posición, es decir, a 0° considerando la posición diametralmente opuesta a la entalla como la posición 0° tal y como se ve en la figura 3.3.

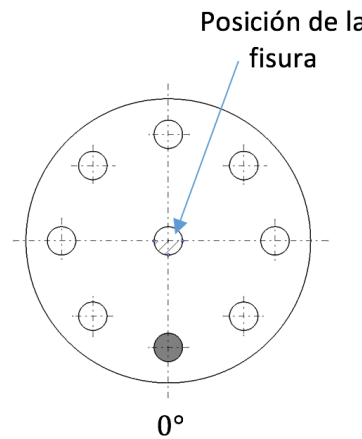


Figura 3.3: Posición de la excentricidad en el disco

Para llevar a cabo el registro de las medidas de los desplazamientos, se colocan dos sensores láser de forma perpendicular, para medir así el desplazamiento horizontal y el vertical, tal y como se ve en la figura 3.4. Estos sensores tienen una precisión de $0.8 \mu m$ y una medida de desplazamiento máximo de 5mm.

Esta medida de desplazamiento máximo se debe al mecanismo de seguridad de la máquina. En este ensayo se producen grandes vibraciones y como sistema de seguridad la máquina está programada para que a partir de desplazamientos del eje superiores a 5 mm se pare.

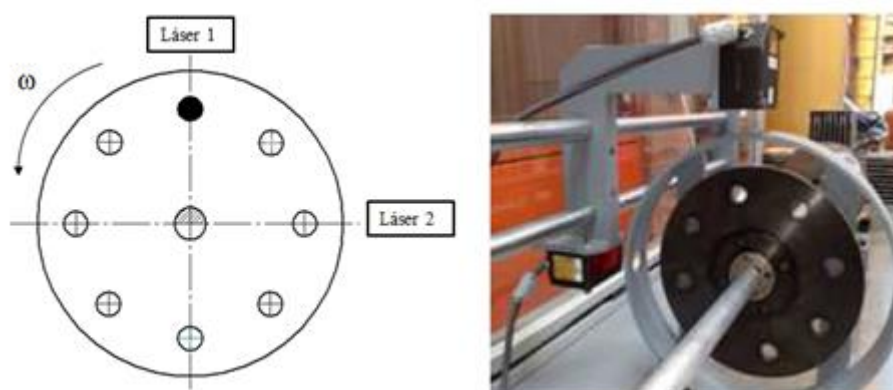


Figura 3.4: Posición de los sensores [17]

3.2 Metodología de ensayo

El objetivo del ensayo consiste en la obtención de los desplazamientos para su posterior análisis. Para ello se hace girar el rotor a distintas velocidades llevando a cabo dos tipos de barridos de velocidad:

El primero consiste en un barrido amplio y general de velocidades para buscar los rangos de velocidad cercanos a las velocidades $1/2 \omega_{crit}$, $1/3 \omega_{crit}$ y $1/4 \omega_{crit}$.

Posteriormente, una vez encontrados esos rangos de velocidad, se realiza un barrido fino de velocidades para encontrar la velocidad exacta correspondiente a $1/2 \omega_{crit}$, $1/3 \omega_{crit}$ y $1/4 \omega_{crit}$.

Cabe destacar que para ningún eje se ha ensayado a velocidad ω_{crit} ya que el sistema de seguridad de la máquina impide llegar a velocidades angulares tan altas dado que el desplazamiento a esas velocidades supera los 5mm.

A lo largo del proceso de toma de datos, se llevaron a cabo mediciones en 9 ejes distintos previamente entallados, cada uno con un tamaño de fisura concreto, siendo las longitudes características, y los ángulos los expuestos en la tabla 3.1:

Tabla 3.1: Características de los ejes estudiados

Eje	Longitud característica α	Ángulo de la excentricidad (°)
1	0.0	0
2	0.10	0
3	0.15	0
4	0.20	0
5	0.25	0
6	0.30	0
7	0.35	0
8	0.40	0
9	0.45	0

3.3 Método de cálculo de la velocidad crítica a partir de datos experimentales

Muchos estudios realizados por diversos autores destinados a obtener la velocidad de giro ω_{crit} y sus armónicos se centran en obtener únicamente intervalos cercanos a estas velocidades. Sin embargo, para poder identificar las fisuras y sus posibles propagaciones es necesario obtener estas velocidades de una forma exacta.

En este trabajo se ha desarrollado un procedimiento para obtener el valor exacto de la ω_{crit} mediante datos experimentales mediante la obtención y el análisis del cociente de amplitudes del espectro de frecuencias [17].

Previamente a la explicación de este procedimiento, cabe mencionar que en esta memoria se han nombrado las velocidades como p , un número adimensional que representa el cociente entre la velocidad de giro a la que está girando el eje estudiado en rpm, y la velocidad crítica de un eje intacto obtenida como un valor de 1434 rpm.

3.3.1 Descripción del proceso

El método de obtención de la velocidad ω_{crit} comienza con un primer barrido general mediante el cual se pretende obtener tres rangos de velocidades en torno a los cuales puede encontrarse $\frac{1}{2} \omega_{crit}$, $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{4} \omega_{crit}$. Para ello se realiza un barrido general y se analizan las órbitas obtenidas.

De forma genérica y para un amplio rango de velocidades, la órbita presenta una forma elíptica. Sin embargo, según lo expuesto en los puntos 2.3 y 2.6.1, las órbitas presentarán lazos o irregularidades en los rangos de velocidad múltiplos de la velocidad crítica por lo que en este barrido general se buscarán alteraciones en la forma de la órbita. Además, se sabe que el número de lazos que aparecen en la órbita y el rango de velocidad en el que está girando el eje se relacionan de forma que si aparecen n lazos interiores, el

eje estará girando en torno a $\frac{1}{n+1} \omega_{crit}$, es decir, si aparece un único lazo estará girando a una velocidad próxima a $\frac{1}{2} \omega_{crit}$, si aparecen dos lazos girará alrededor de $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y si aparecen tres lazos alrededor de $\frac{1}{4} \omega_{crit}$.

En la figura 3.5 se muestra un ejemplo de este primer barrido general, debido al gran número de casos analizados, se han representado únicamente las órbitas más representativas, donde se observan varios aspectos:

En primer lugar, se aprecia claramente el crecimiento de las órbitas en tamaño conforme aumenta la velocidad de giro.

Por otro lado, se observa la aparición de lazos en torno a tres rangos distintos de velocidad, como son $p=0.2434$, $p=0.3243$, $p=0.4839$. Además, se observa que para cada uno de estos rangos el número de lazos son tres, dos y uno, por lo que corresponderán con los rangos de $\frac{1}{4} \omega_{crit}$, $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{2} \omega_{crit}$ respectivamente.

Una vez encontrados estos rangos de velocidades se realizará un segundo barrido fino en busca de la velocidad exacta

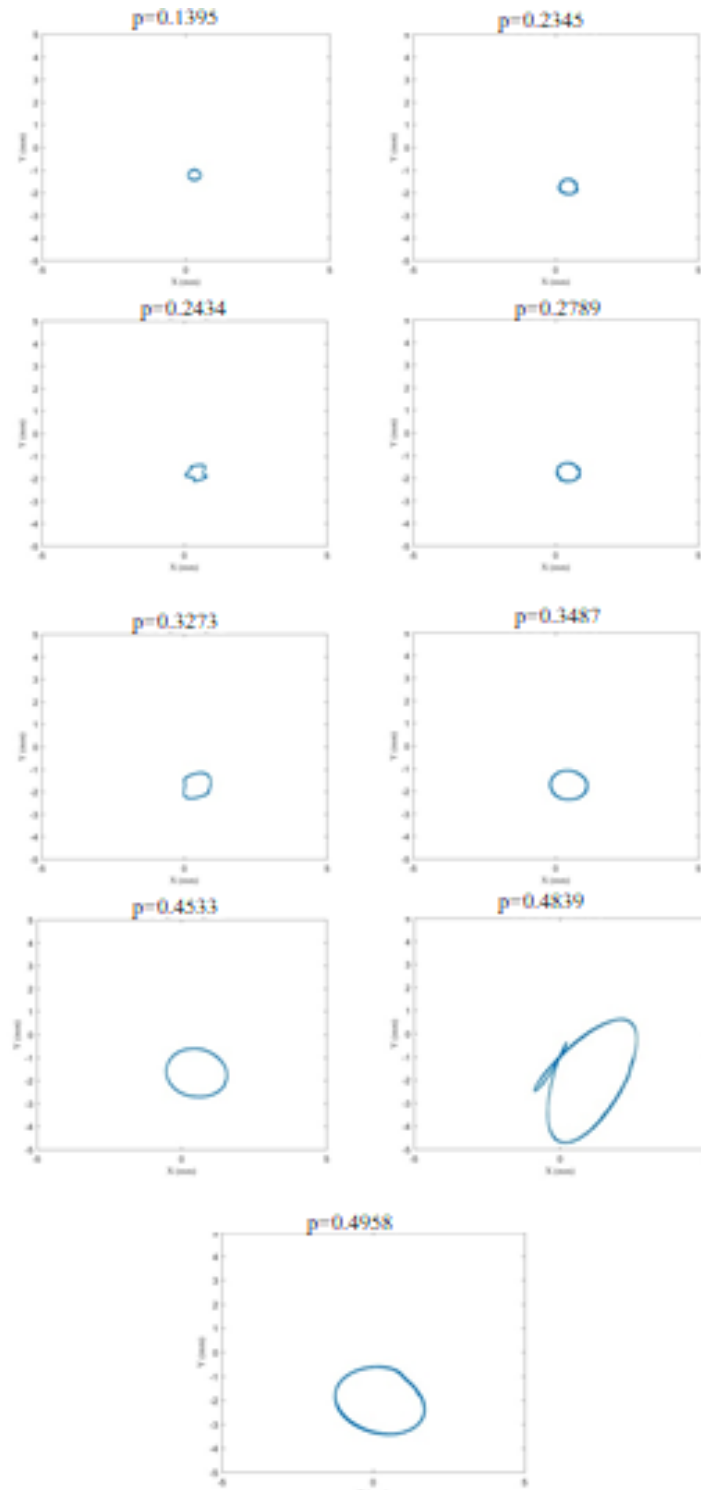


Figura 3.5: Barrido general de velocidades. Órbitas para el caso $\alpha=0.35$

Como ya se ha explicado en esta memoria, aunque el análisis de las órbitas proporcione información sobre la presencia de fisuras, es un análisis de la amplitud de los espectros de frecuencias lo que puede determinar de manera más exacta el valor de la velocidad crítica de cada eje.

Como ejemplo del procedimiento, en las figuras 3.6 y 3.7 se muestran las órbitas y el espectro de frecuencias para el caso $\alpha = 0.35$ en el rango de velocidades cercano a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

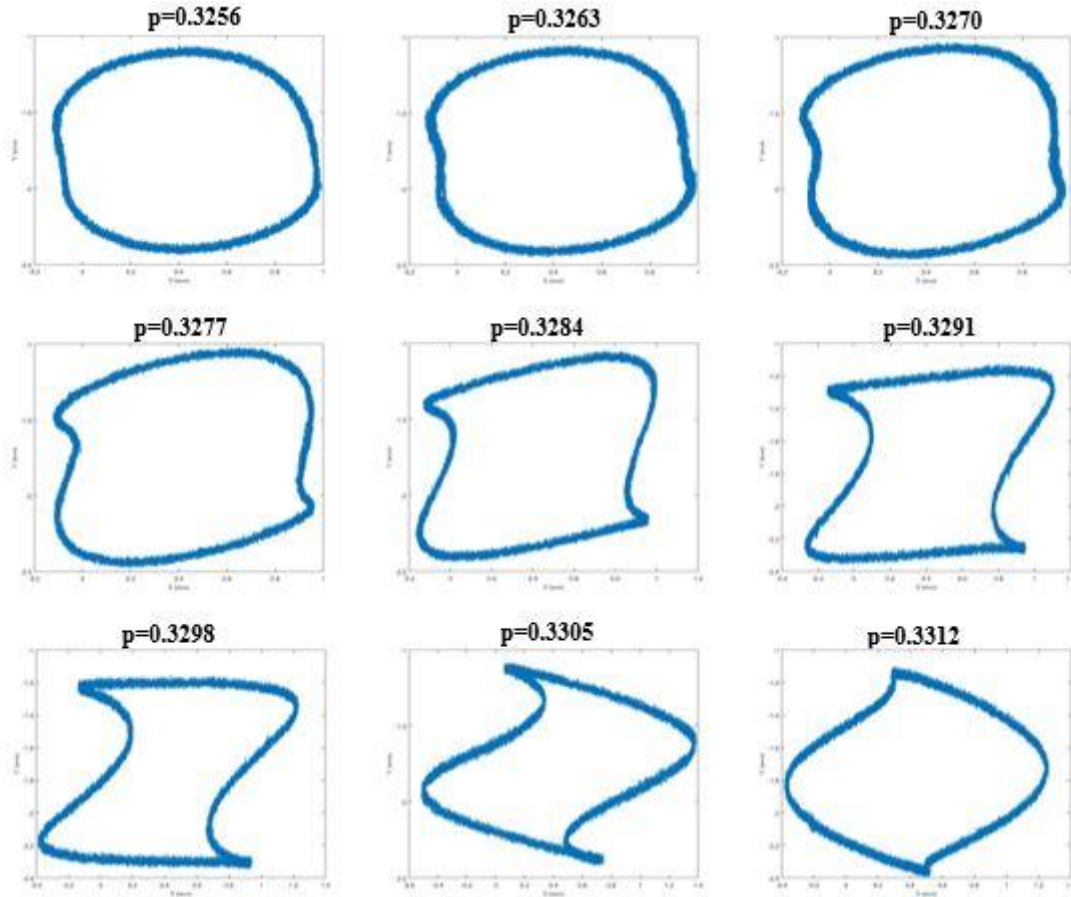
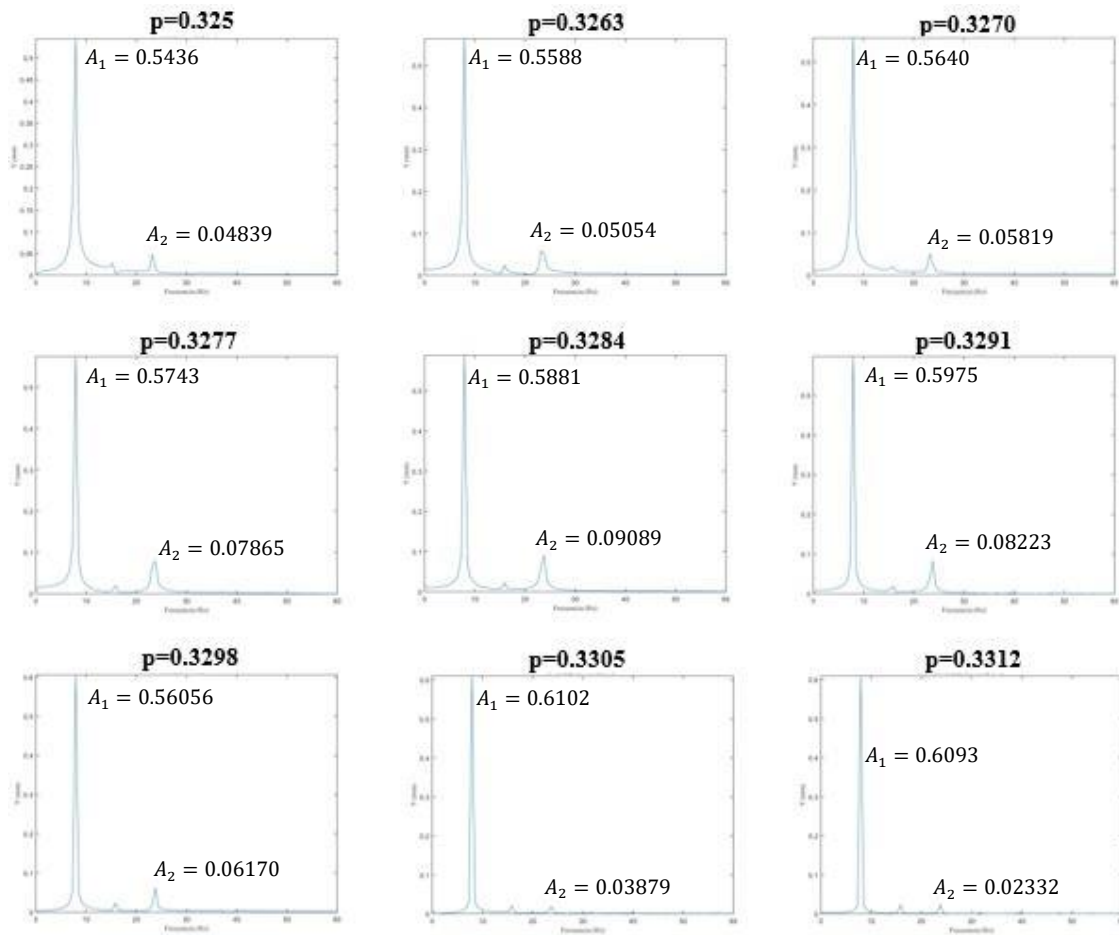


Figura 3.6: Barrido fino de velocidades. Órbitas para eje con $\alpha=0.35$

Figura 3.7: Barrido fino de velocidades. FFT para eje con $\alpha=0.35$ Tabla 3.2: Análisis de amplitudes. Intervalo de cálculo de $\frac{1}{3}\omega_{crit}$. Eje con $\alpha=0.35$

p (adimensional)	$\frac{A_1}{A_3}$
0,3256	11,2337
0,3263	10,9972
0,3270	9,6923
0,3277	7,3019
0,3284	6,4704
0,3291	7,2662
0,3298	9,8152
0,3305	15.7308
0,3312	26,1277

Al analizar exclusivamente las órbitas es difícil discernir cual será la velocidad correspondiente a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$, es por eso que se realiza el análisis del espectro de frecuencias. Este análisis queda resumido en la tabla 3.2 donde se indica el cociente entre la amplitud del primer y el tercer pico.

De la correlación de las figuras 3.6, 3.7 junto con la tabla 3.2 se observa cómo el cociente $\frac{A_1}{A_3}$ disminuye a medida que la velocidad de giro del eje se acerca a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$, habiendo un valor mínimo. Al comparar con las órbitas se observa además que la velocidad a la que ocurre el valor mínimo coincide con la órbita de mayor tamaño, por lo tanto, se alcanza la resonancia.

En el ejemplo expuesto se obtiene que el valor mínimo del cociente $\frac{A_1}{A_3}$ es $p = 0.3284$ y por tanto éste será el valor exacto correspondiente a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$, en consecuencia, la velocidad crítica del eje $\alpha = 0.35$ será $p = 0.9852$.

Cabe destacar que el valor de p obtenido es un valor cercano al rango obtenido en el primer barrido, que predijo una velocidad $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ en torno a $p = 0.3243$.

Este mismo procedimiento se ha realizado para $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$. Mediante el barrido general se obtuvo el rango en torno al cual se puede encontrar la velocidad crítica, y mediante un barrido más fino, se obtiene la velocidad crítica exacta.

Para el caso del ejemplo, con $\alpha = 0.35$ se obtuvieron unos valores de $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ de valor $p = 0,4902$ y $p = 0,2461$, que dan un resultado final de velocidad crítica del eje de $p = 0.9805$ y $p = 0.9846$. Son resultados que aportan una velocidad crítica razonablemente próxima a la obtenida para $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y por lo tanto pueden ser considerados válidos. Sin embargo, el análisis de resultados se realizará centrándose en $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ ya que en tamaños de fisura muy pequeños las amplitudes de desplazamientos para $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ son demasiado pequeñas, lo que puede llevar a errores, lo mismo ocurre con tamaños de fisura grandes donde la amplitud para $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ es demasiado elevada, llegando a superar el límite de seguridad de la máquina y provocando resultados erróneos.

Capítulo 4

Análisis de los resultados

4.1 Obtención de la velocidad crítica a partir de datos experimentales

En este apartado se mostrarán los resultados obtenidos para los distintos ejes fisurados con distintas profundidades de fisura. Se analizarán las órbitas y los desplazamientos mediante el espectro de frecuencia con el objetivo de obtener la velocidad crítica de cada eje y establecer relaciones entre el tamaño de fisura y la velocidad crítica.

Se analizarán nueve ejes con profundidades de fisura distintas, como se indica en el punto 3.2 con el objetivo de calcular la velocidad crítica a partir de datos experimentales obtenidos haciendo girar el eje en torno a velocidades próximas a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

En las figuras 4.1 a 4.9 se muestra el espectro de frecuencias de las velocidades próximas a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ para los distintos ejes estudiados. Para cada eje se representan las velocidades más cercanas a la velocidad exacta $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ calculada, se indica la velocidad adimensional a la que gira el eje, y las dos amplitudes A_1 y A_3 a partir de las cuales se ha realizado el cociente que permite obtener la velocidad.

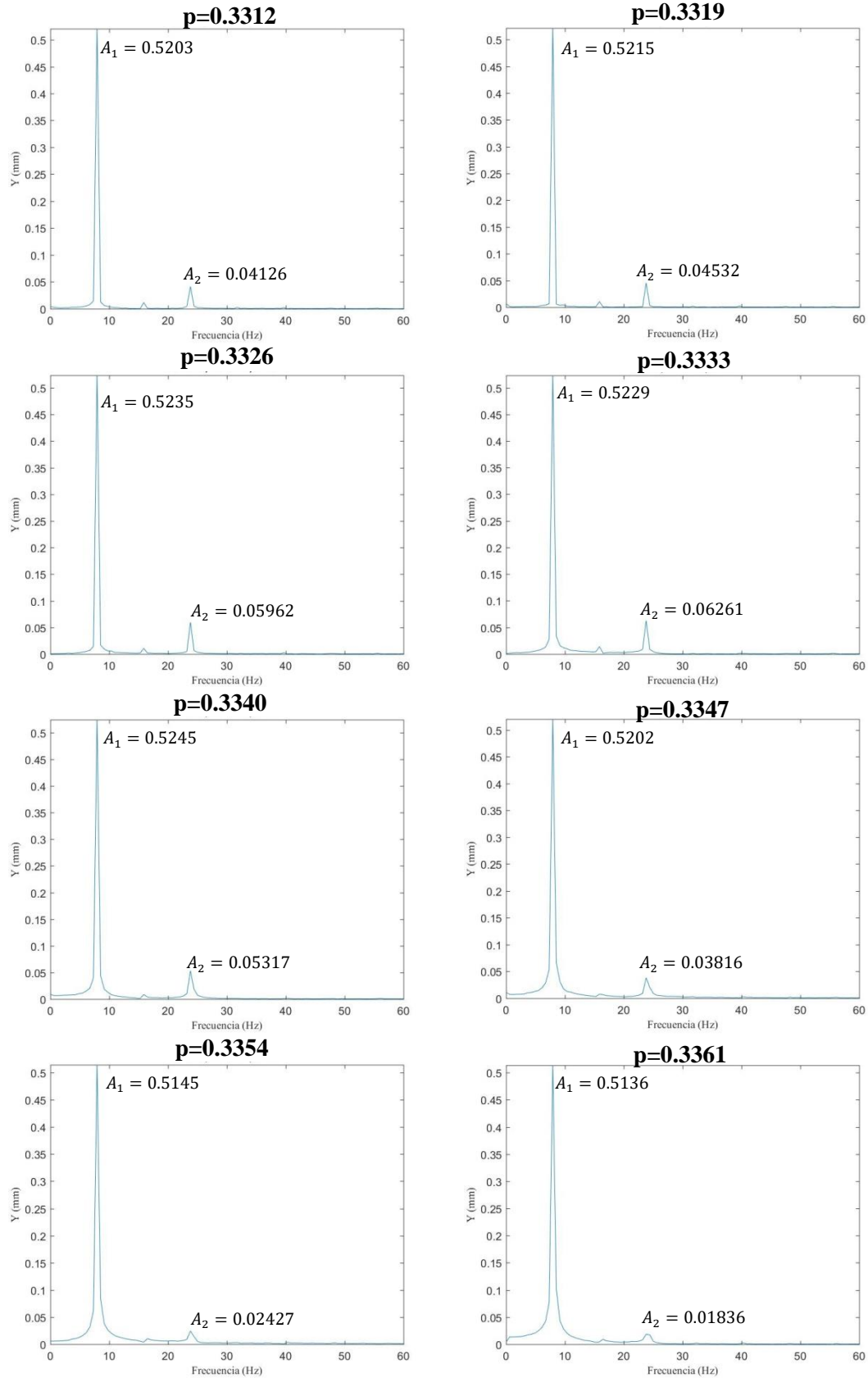
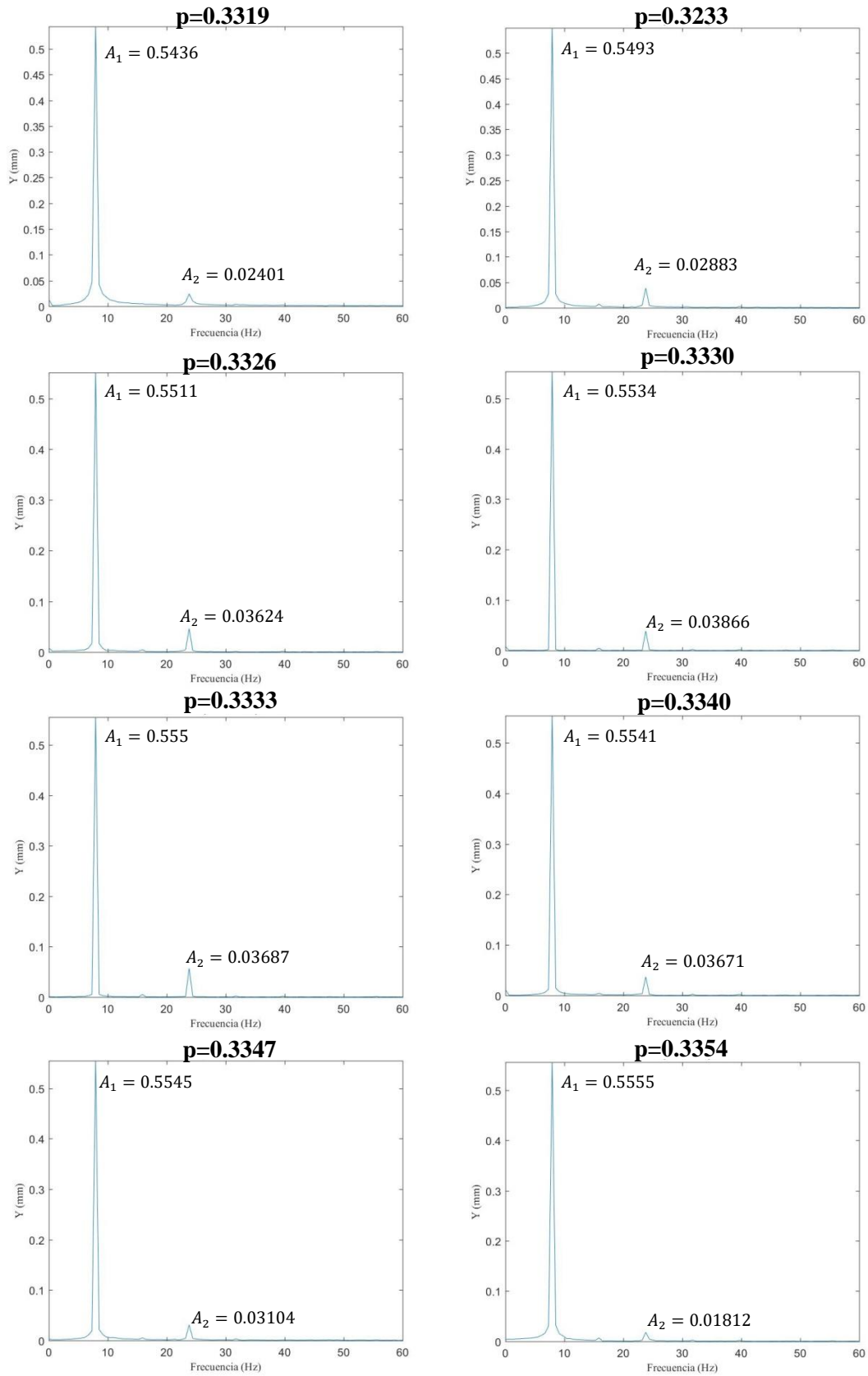


Figura 4.1: Espectros de frecuencias para $\alpha=0$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.



1Figura 4.1: Espectros de frecuencias para $\alpha=0$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$

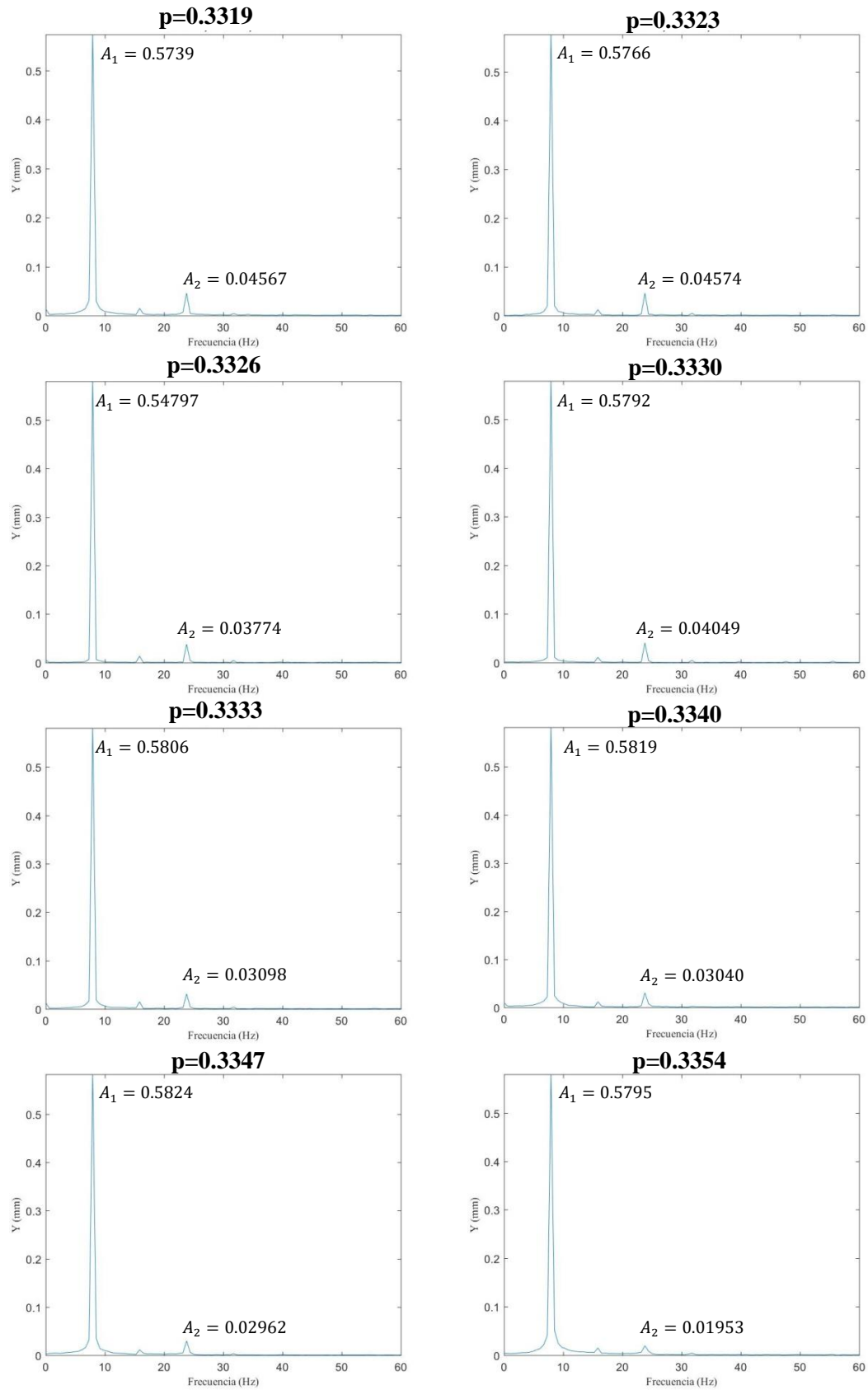


Figura 4.3: Espectros de frecuencias para $\alpha=0.15$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

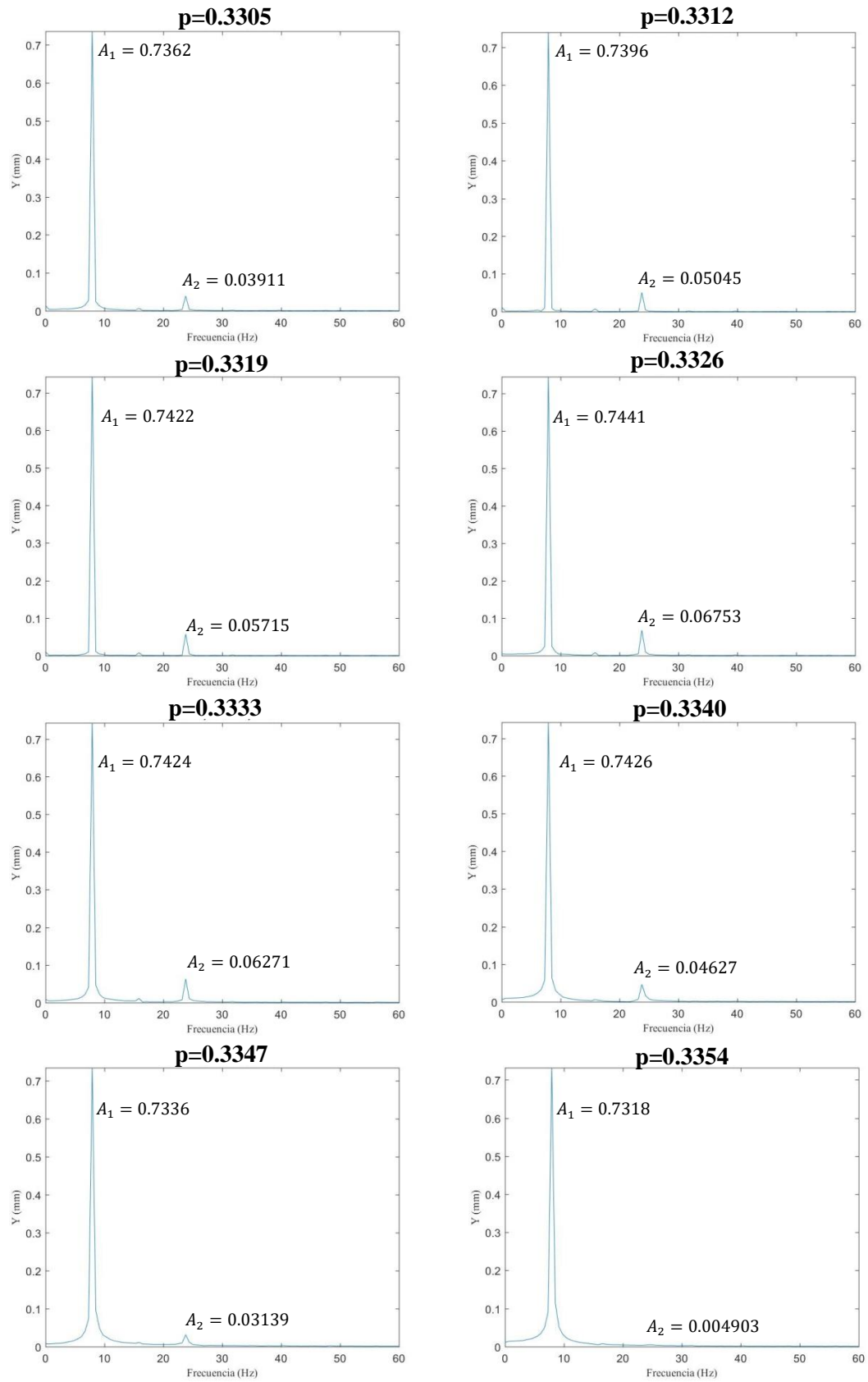


Figura 4.3: Espectros de frecuencias para $\alpha=0.20$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

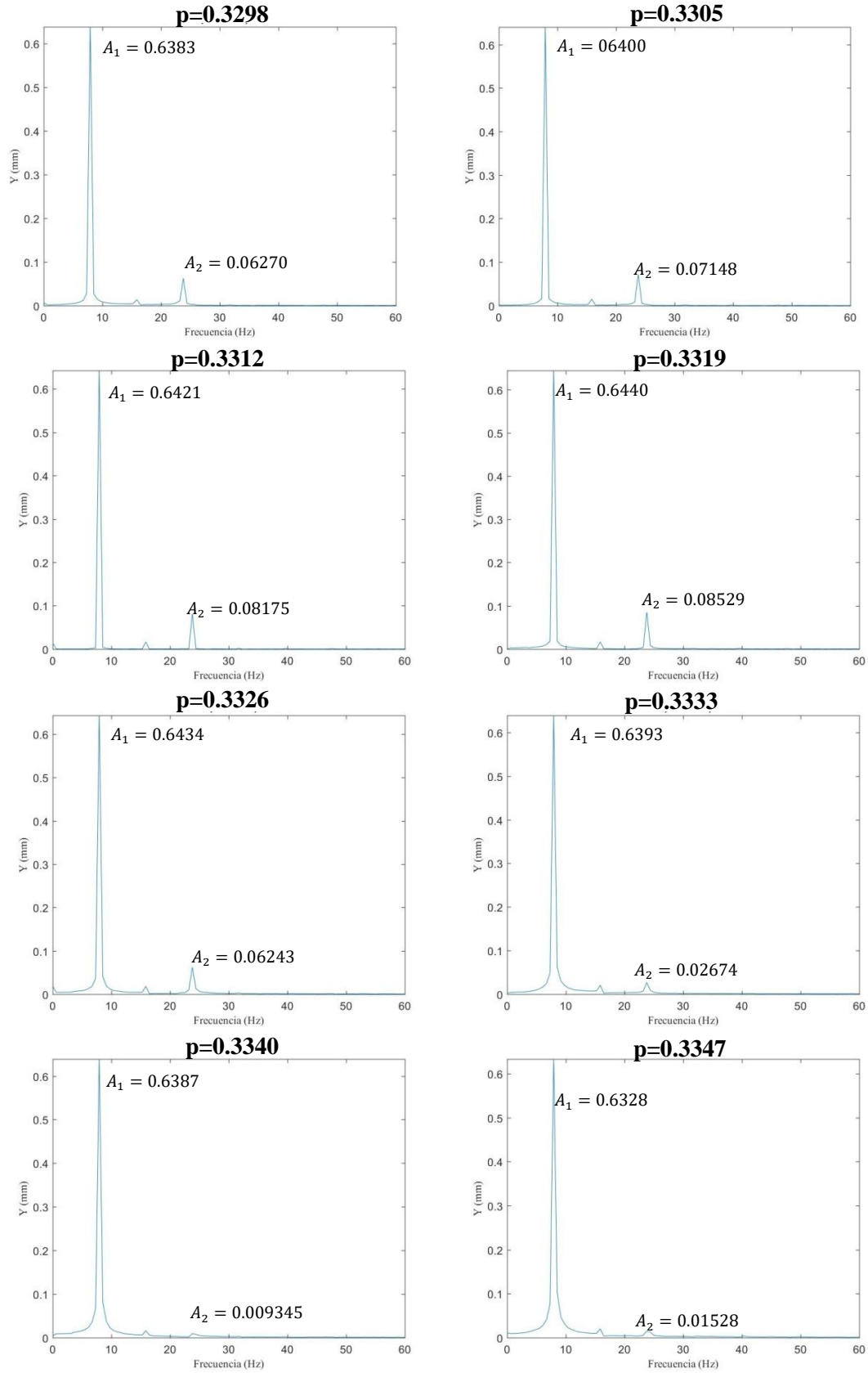


Figura 4.5: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.25$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

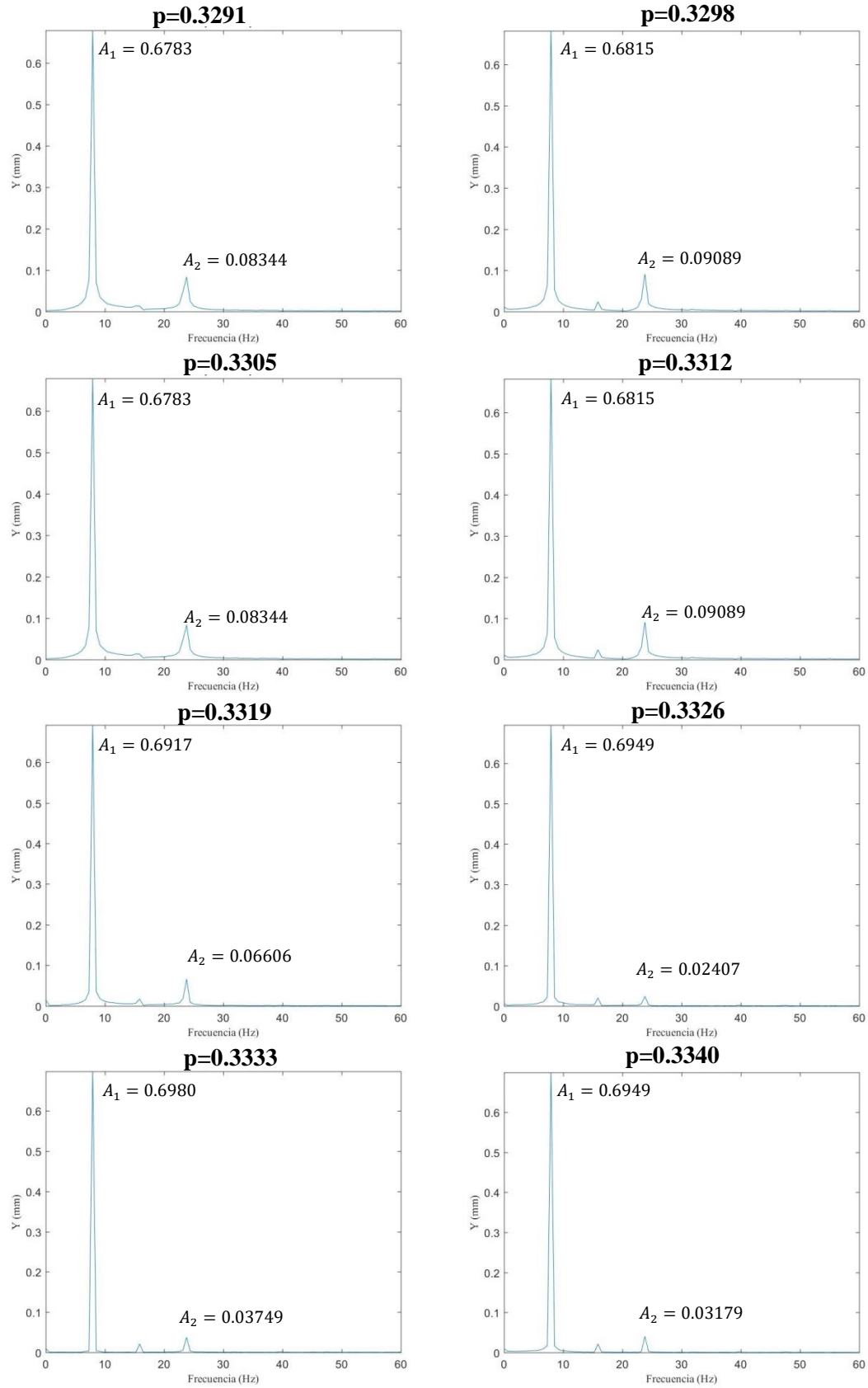


Figura 4.6: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.30$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

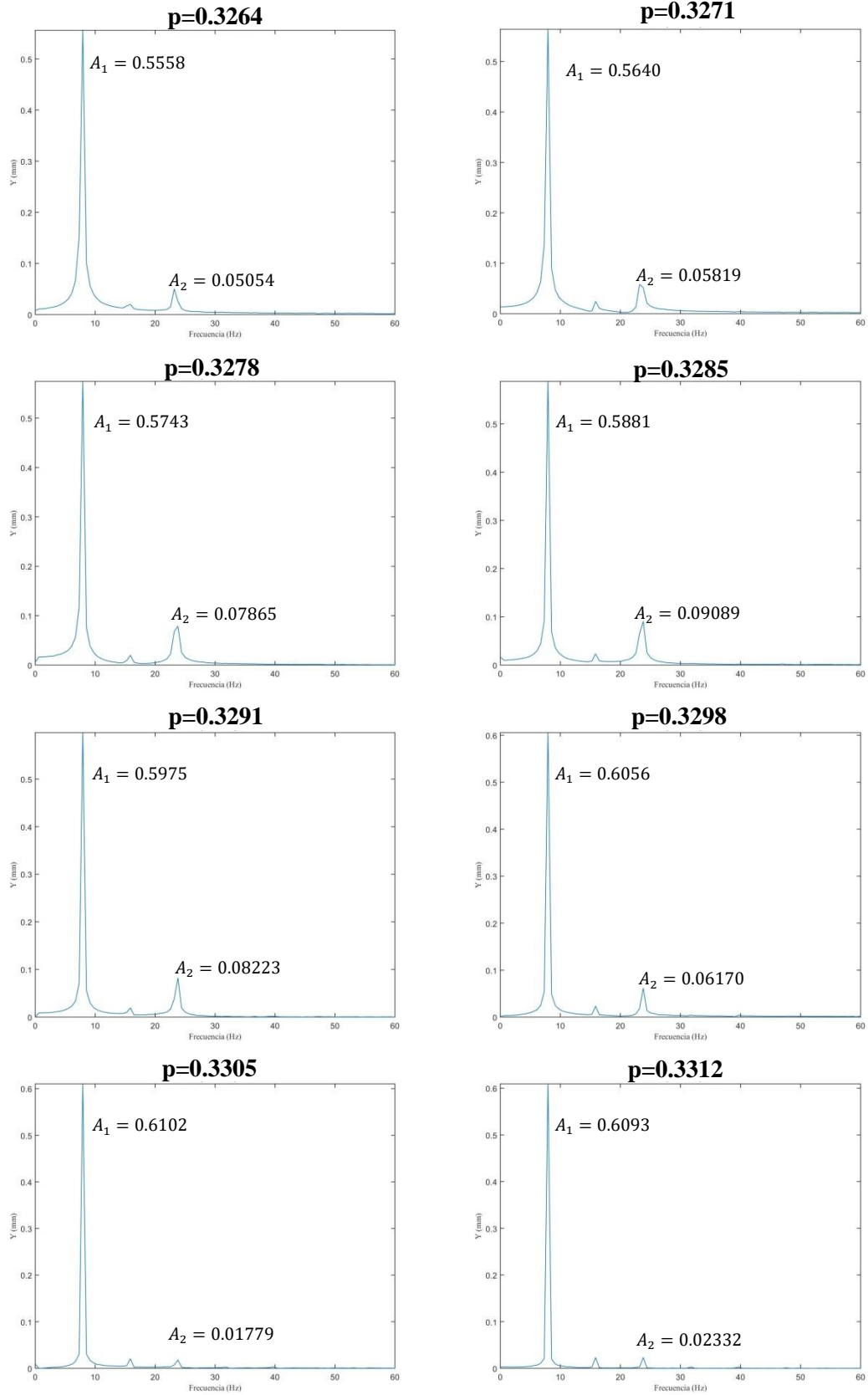


Figura 4.7: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.35$ en torno a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$

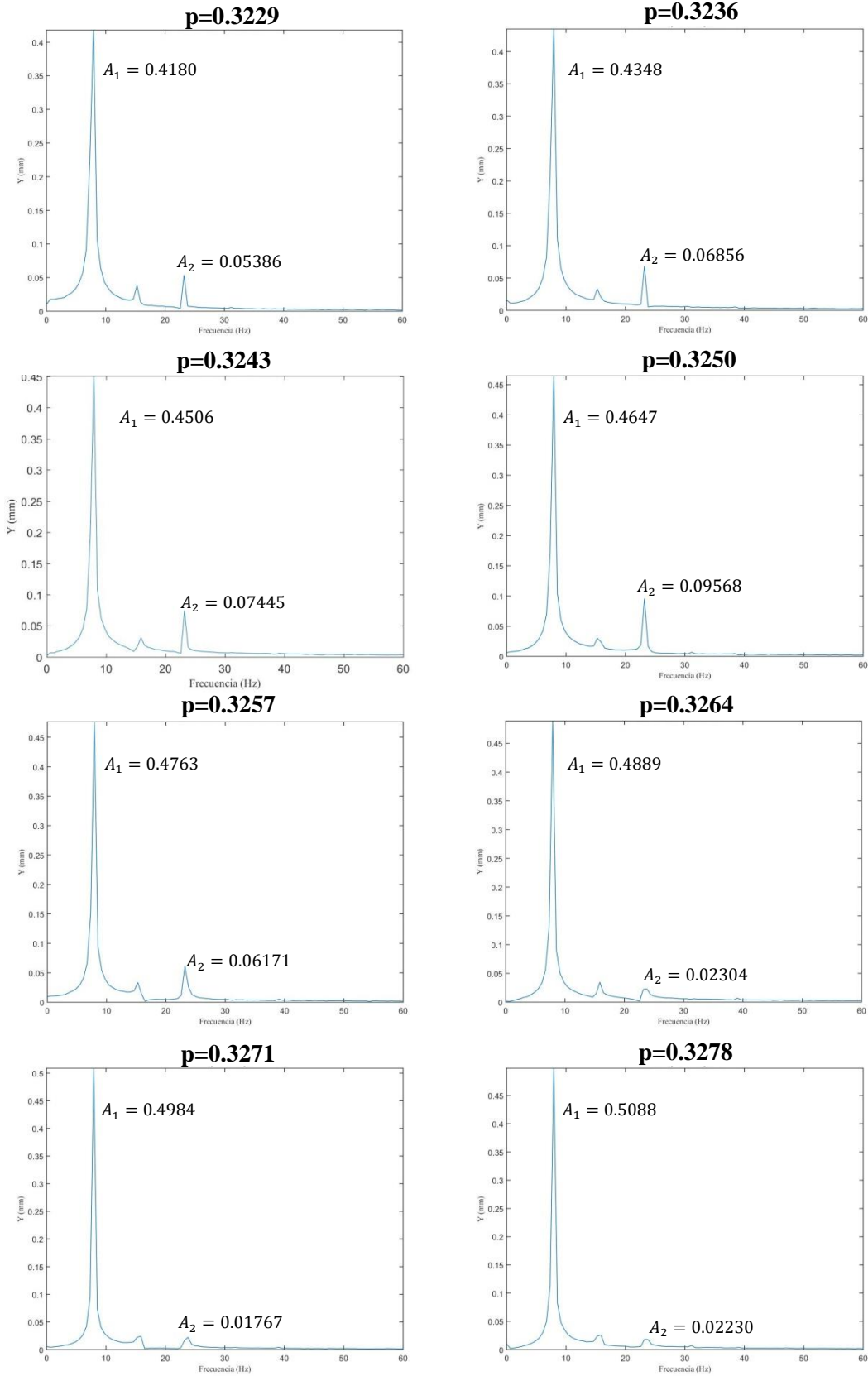


Figura 4.8: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.40$ en torno a $\frac{1}{3} \omega_{crit.}$

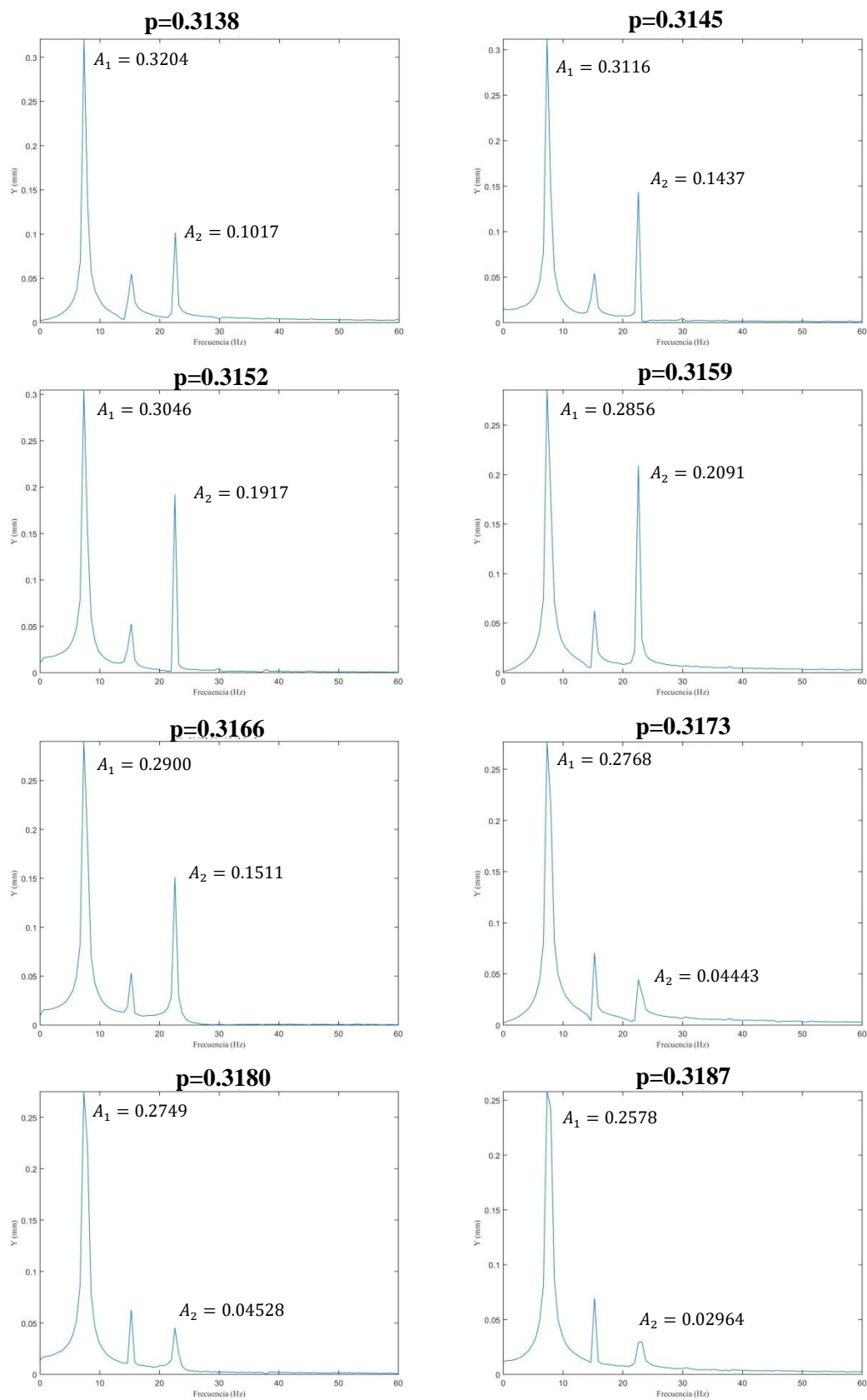


Figura 4.9: Espectros de frecuencias para $\alpha = 0.45$ en torno a $\frac{1}{3} \omega_{crit}$

En la tabla 4.1 se muestran los valores de las velocidades de giro obtenidas en el barrido fino de velocidades cercanas a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y la relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_3}$. Se destacan además los valores para los que el cociente es mínimo, es decir, los valores exactos de $\frac{1}{3}\omega_{crit}$, y para los cuales se calculará la ω_{crit} .

Tabla 4.1: $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_3}$ para los distintos ejes

$\alpha = 0$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.15$	
p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$
0,3312	12,6103	0,3319	22,6406	0,3319	12,5662
0,3319	11,5071	0,3323	19,0531	0,3323	12,6060
0,3326	8,7806	0,3326	15,2070	0,3326	15,3604
0,3333	8,3517	0,3330	14,3145	0,3330	14,3048
0,3340	9,8646	0,3333	15,0529	0,3333	18,7411
0,3347	13,6321	0,3340	15,0940	0,3340	19,1414
0,3354	21,1990	0,3347	17,8640	0,3347	19,6624
0,3361	27,9739	0,3354	30,6567	0,3354	29,6723

$\alpha = 0.20$		$\alpha = 0.25$		$\alpha = 0.30$	
p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$
0,3305	18,8238	0,3298	10,1802	0,3291	11,1152
0,3312	14,6601	0,3305	8,9536	0,3298	8,7993
0,3319	12,9869	0,3312	7,8544	0,3305	8,1292
0,3326	11,0188	0,3319	7,5507	0,3312	7,4981
0,3333	11,8386	0,3326	10,3059	0,3319	10,4708
0,3340	16,0493	0,3333	23,9080	0,3326	28,8700
0,3347	23,3705	0,3340	68,3467	0,3333	18,6183
0,3354	149,2556	0,3347	41,4136	0,3340	21,8591

Tabla 4.1(continuación): $\frac{1}{3} \omega_{crit}$ y relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_3}$ para los distintos ejes

$\alpha = 0.35$		$\alpha = 0.40$		$\alpha = 0.45$	
p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$	p	$\frac{A_1}{A_3}$
0,3264	10,9972	0,3229	7,7609	0,3138	3,1504
0,3271	9,6924	0,3236	6,3419	0,3145	2,1684
0,3278	7,3020	0,3243	6,0524	0,3152	1,5889
0,3285	6,4705	0,3250	4,8568	0,3159	1,3659
0,3291	7,2662	0,3257	7,7184	0,3166	1,9193
0,3298	9,8152	0,3264	21,2196	0,3173	6,2300
0,3305	34,3002	0,3271	28,2060	0,3180	6,0711
0,3312	26,1278	0,3278	22,8161	0,3187	8,6977

Al observar la tendencia en todos los ejes estudiados de que el cociente de amplitudes disminuye hasta un valor mínimo, y luego asciende de nuevo, se puede considerar acertado el método de obtención de la velocidad crítica exacta de un eje a partir de sus armónicos y la relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_n}$.

En la tabla 4.2 se han resumido los resultados obtenidos indicando para cada profundidad de fisura del eje, la velocidad crítica ω_{crit} obtenida, y su relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_3}$ a partir de la cual se ha obtenido dicha velocidad.

Tabla 4.2: Velocidades críticas ω_{crit} para los distintos ejes

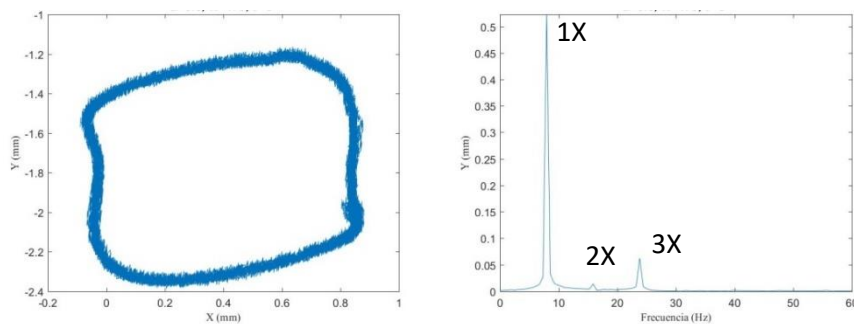
α	p	$\frac{A_1}{A_3}$
intacto	1	8,3517
0.10	0,9990	14,3145
0.15	0,9990	14,3048
0.20	0,9979	11,0188
0.25	0,9958	7,5507
0.30	0,9937	7,4981
0.35	0,9854	6,4705
0.40	0,9749	4,8568
0.45	0,9477	1,3659

Se puede observar claramente una tendencia entre el tamaño de la fisura y la velocidad crítica y la relación de amplitudes. A medida que el tamaño de fisura aumenta, la velocidad y el cociente de amplitudes disminuye.

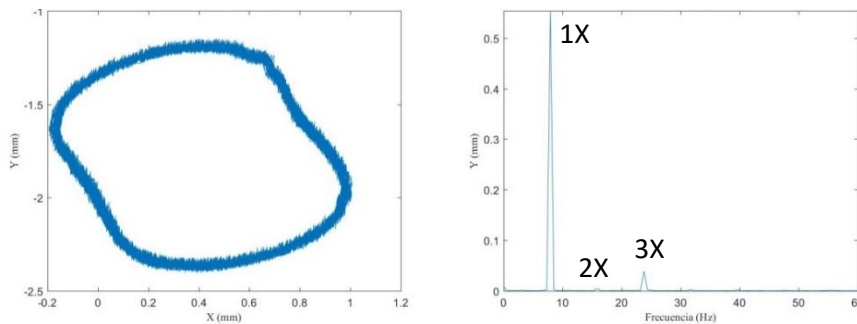
4.2 Análisis de las órbitas y el espectro de frecuencia

Una vez obtenida la velocidad crítica de cada eje, se representan la órbita y el espectro de frecuencias para $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ para los distintos casos estudiados.

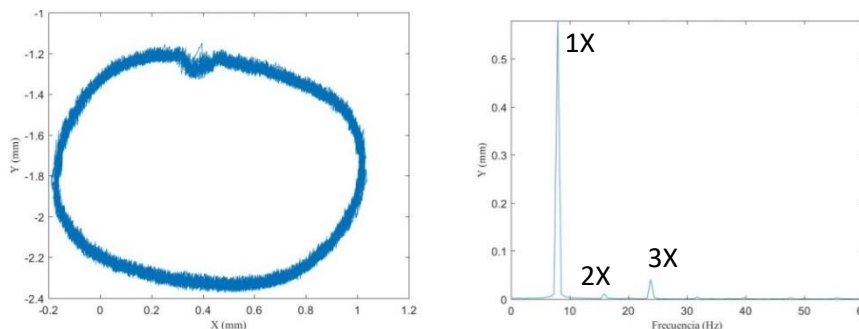
$\alpha=0$ p=1

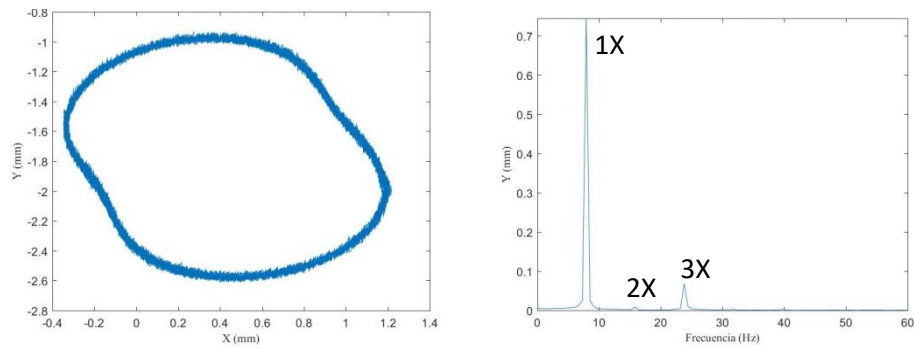
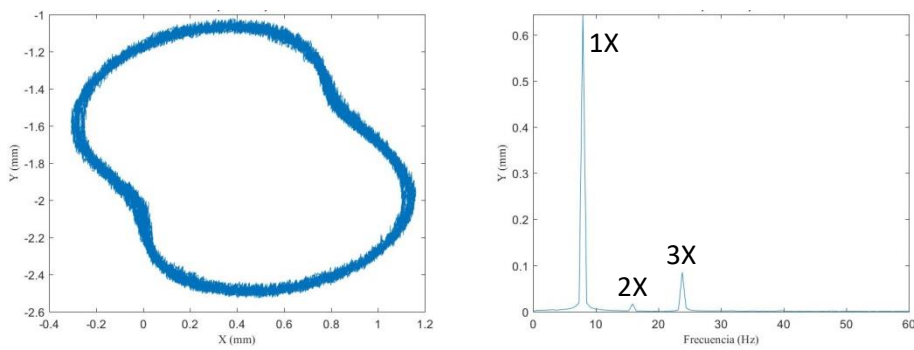
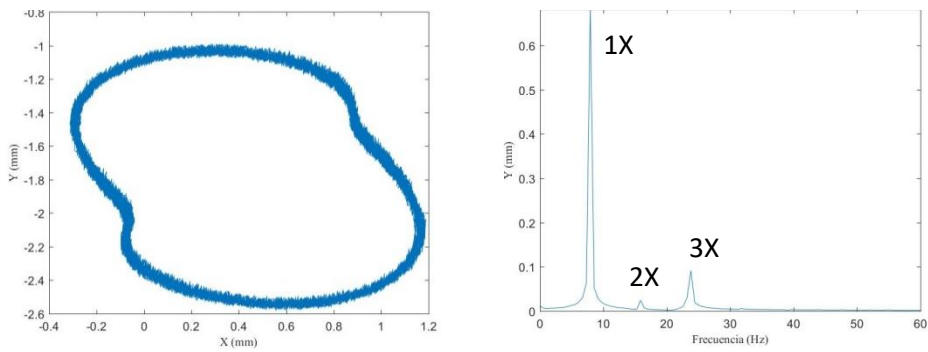
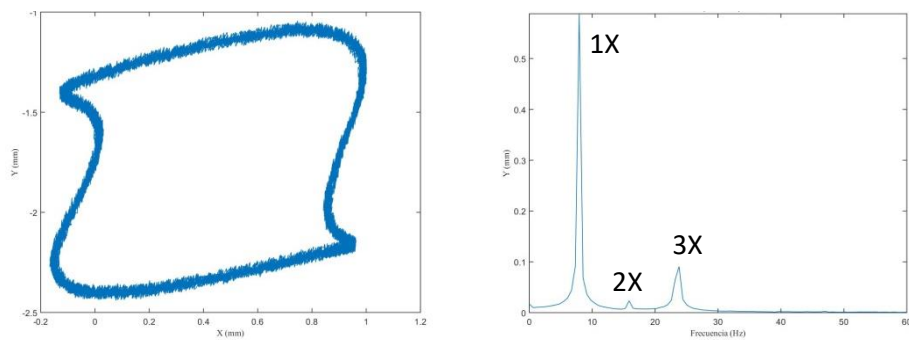


$\alpha=0.10$ p=0.9990

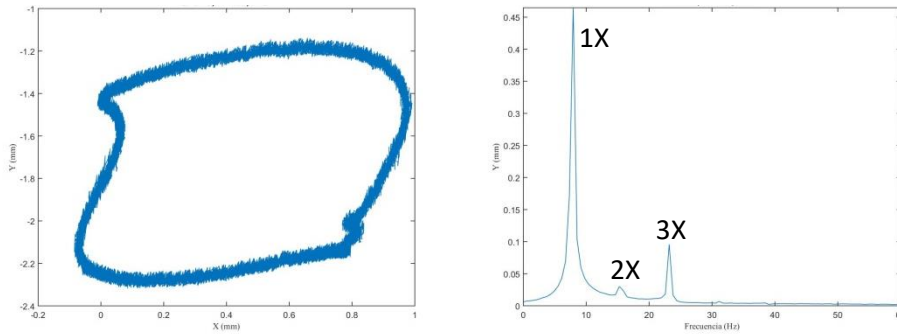


$\alpha=0.15$ p=0.9990



$\alpha=0.20$ $p=0.9979$  $\alpha=0.25$ $p=0.9958$  $\alpha=0.30$ $p=0.9937$  $\alpha=0.35$ $p=0.9854$ 

$$\alpha=0.40 \quad p=0.9749$$



$$\alpha=0.10 \quad p=0.9477$$

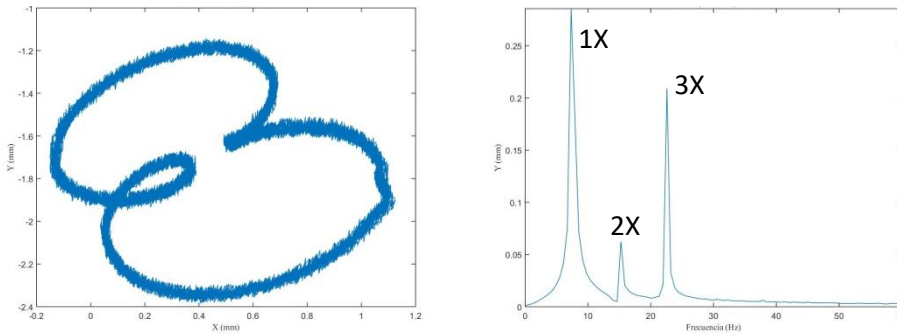


Figura 4.10: Órbita y FFT a $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ para los distintos ejes

Al representar las órbitas frente al espectro de frecuencias correspondiente en ejes fisurados, figura 4.10, se pueden observar relaciones entre la velocidad de giro, el número de lazos de la órbita, y el número de picos del espectro de frecuencias.

En cuanto al número de lazos, como ya se indicó en el apartado 2.6.1 de esta memoria, cuando el eje se encuentra girando a una velocidad $\frac{1}{n}\omega_{crit}$, la órbita presentará $n - 1$ lazos. En el caso representado, dos lazos al ser $\frac{1}{3}\omega_{crit}$. También se aprecia cómo a medida que la fisura es mayor, el tamaño de los lazos también lo es, lo que puede ser un indicativo de crecimiento de fisuras mediante las órbitas. Además, se aprecia que cuanto mayor es la fisura, mayor es el tercer y último pico del espectro de frecuencias, menor el cociente de amplitudes $\frac{A_1}{A_n}$ y más claramente se ve el lazo.

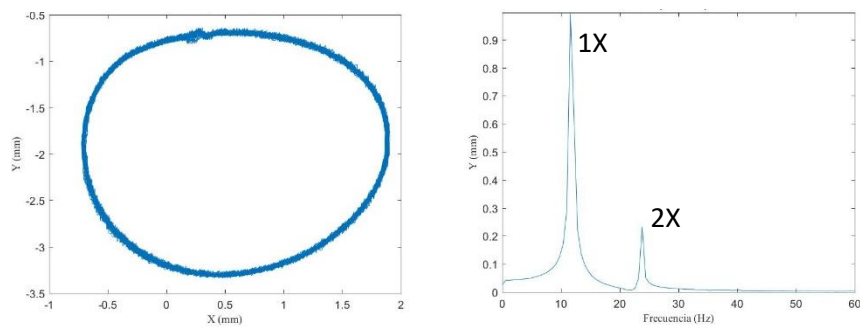
Por otro lado, al observar el espectro de frecuencias, el número de picos que aparecen en la transformada para una velocidad $\frac{1}{n}\omega_{crit}$ es n , en este caso, tres. Además,

el tamaño de los picos de la transformada crece a medida que la fisura aumenta y destacan los armónicos 1X y 3X, mayores que 2X y que corresponden respectivamente a la velocidad de giro y a una frecuencia tres veces mayor, velocidad crítica.

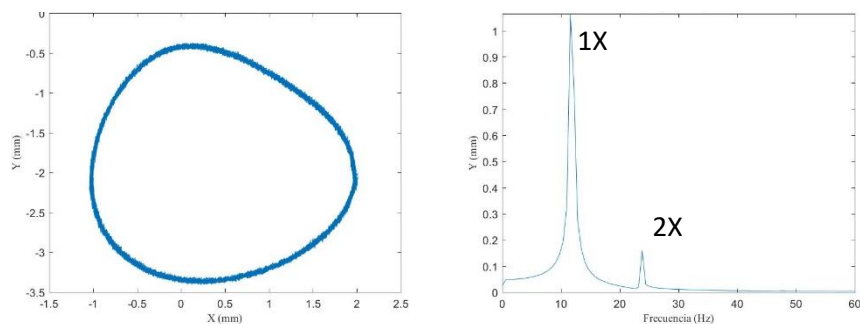
Así, para una velocidad de giro de $\frac{1}{n} \omega_{crit}$, la órbita presentará $n - 1$ lazos, y el espectro de frecuencias n picos.

Se han analizado también los ejes en los intervalos de velocidades $\frac{1}{2} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{4} \omega_{crit}$ y para ello se ha utilizado el mismo método de análisis. En las figuras 4.11 y 4.12 se han representado las órbitas y espectros de frecuencias de los distintos ejes a la velocidad exacta $\frac{1}{2} \omega_{crit}$ y $\frac{1}{4} \omega_{crit}$ correspondiente a cada eje para intentar comprobar las hipótesis planteadas.

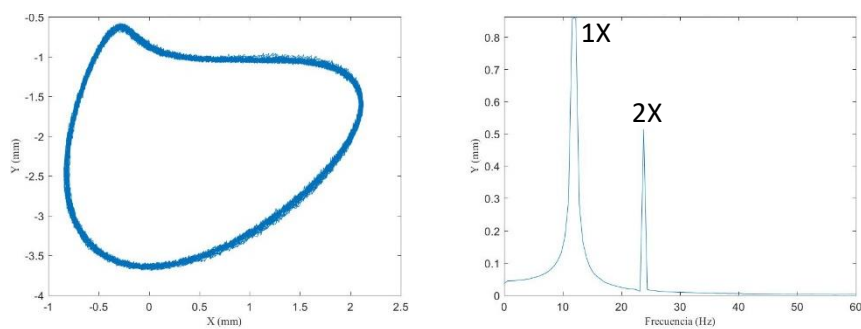
$\alpha=0.15$ $p=0.4951$



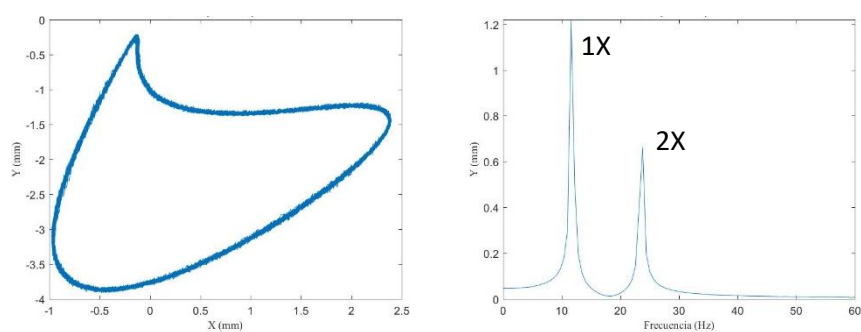
$\alpha=0.20$ $p=0.4958$



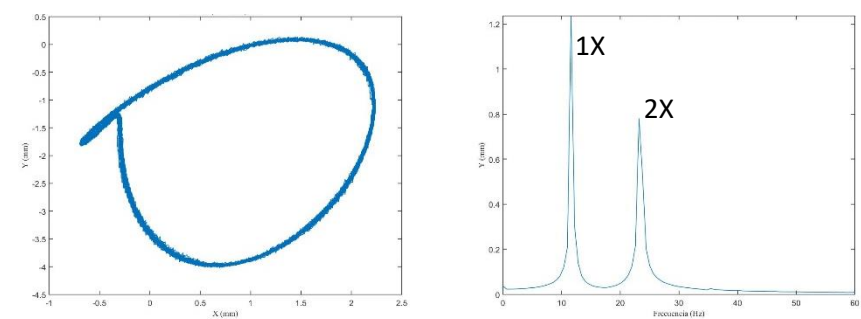
$\alpha=0.25$ $p=0.4979$



$\alpha=0.30$ $p=0.4930$



$\alpha=0.35$ $p=0.4902$



$\alpha=0.40$ $p=0.4834$

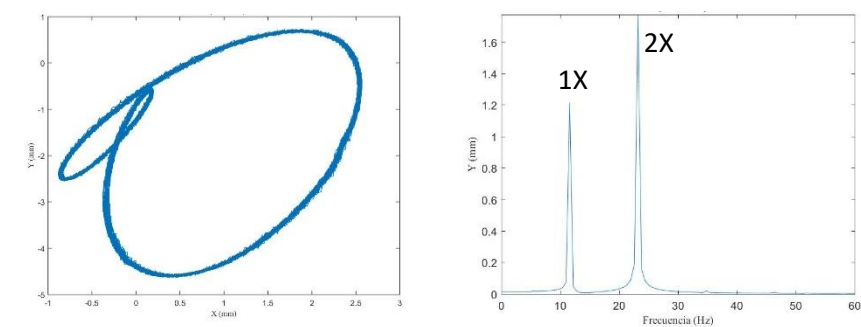


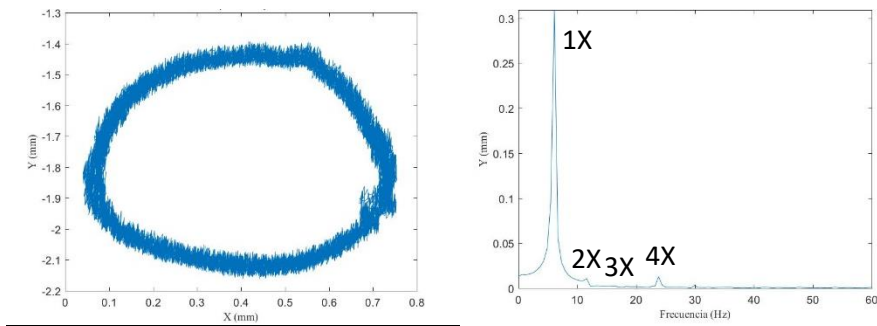
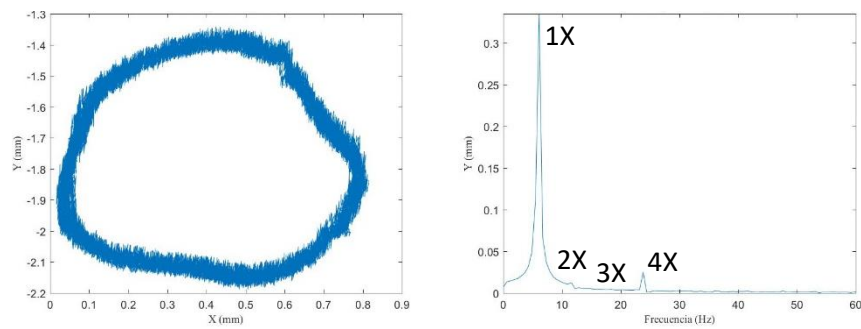
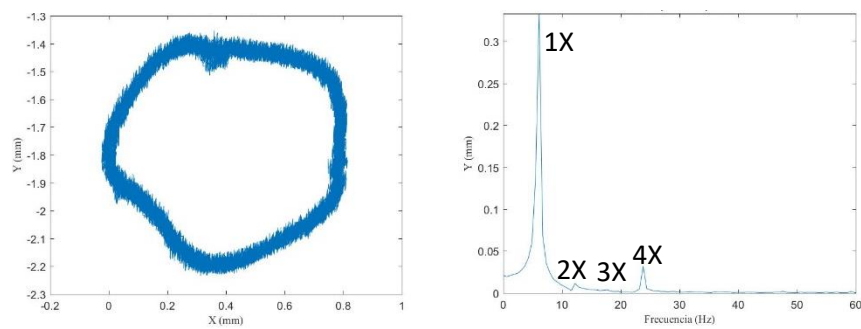
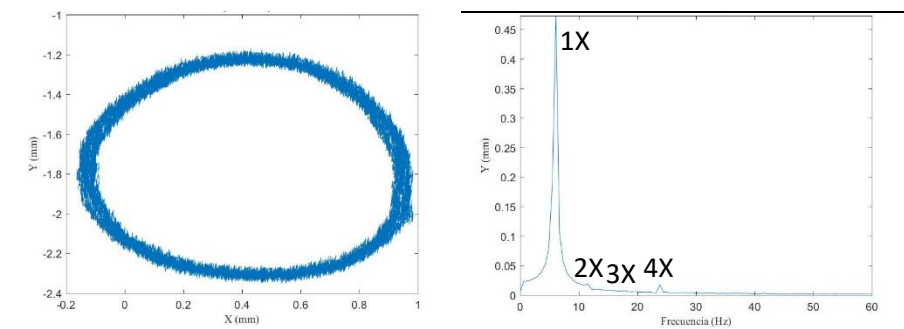
Figura 4.11: Órbita y FFT a $\frac{1}{2} \omega_{\text{crit}}$ para los distintos ejes

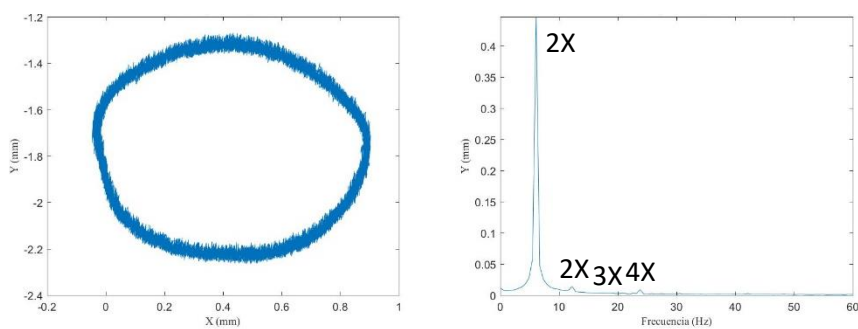
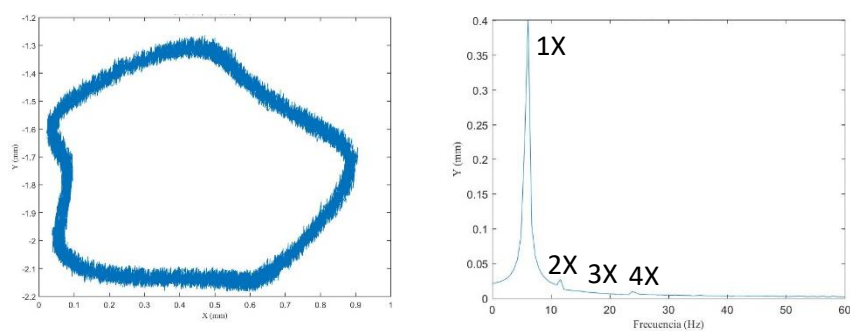
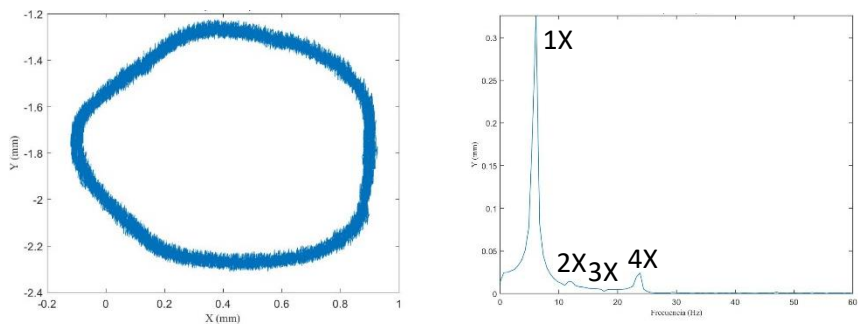
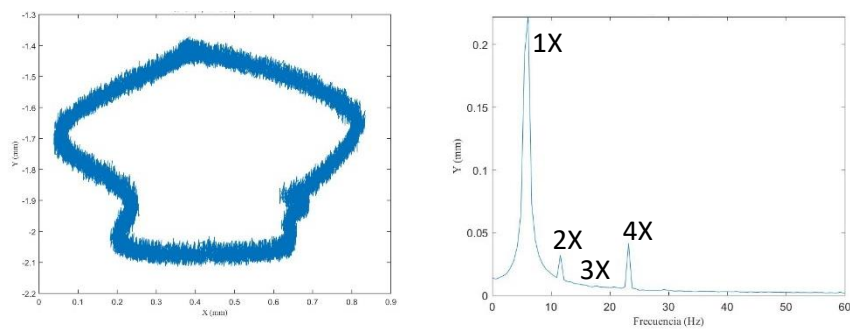
Al realizar el análisis de órbitas y del espectro de frecuencias en $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ (Figura 3.16) se puede observar las mismas relaciones que aparecen en $\frac{1}{3}\omega_{crit}$.

Al estar girando a velocidad $\frac{1}{n}\omega_{crit} = \frac{1}{2}\omega_{crit}$, la órbita genera un único lazo ($n - 1 = 1$), cumpliendo la relación antes explicada. Al observar las órbitas se observa cómo al aumentar el tamaño de fisura, y por tanto el último pico de la transformada, el lazo generado en la órbita es más destacado.

En cuanto al análisis del espectro de frecuencias, se observa cómo ahora aparecen dos picos (n) exclusivamente en las frecuencias 1X y 2X, correspondientes con la velocidad de giro y la crítica respectivamente, en este caso, una a una frecuencia del doble que la otra. Cabe destacar cómo para $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ la amplitud del segundo pico es mucho más grande, sobre todo en ejes con fisura con mayor longitud, y la relación de amplitudes $\frac{A_1}{A_n}$ será menor. Al aumentar la velocidad y ser únicamente la mitad que la ω_{crit} , el eje es más inestable y las vibraciones más amplias por lo cual el segundo pico aumenta considerablemente la amplitud. De hecho, para $\alpha = 0.40$ el desplazamiento vertical es tan elevado que el segundo pico tiene ya mayor amplitud que el primero. Para $\alpha = 0.45$ no se obtuvieron medidas ya que la amplitud era demasiada y el sistema de seguridad de la instalación no permitía el giro.

En la figura 4.12 también se cumplen las dos normas, los ejes giran a velocidad en $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ y, por tanto, deberían presentar tres lazos ($n - 1 = 4$) en la órbita, y cuatro picos (n) ahora en frecuencias 1X, 2X, 3X y 4X, pero destacando 1X y 4X que corresponden con la velocidad de giro y la crítica, en este caso, una cuatro veces la frecuencia de la otra. En cuanto a la amplitud de los picos, al ser una velocidad tan baja, la vibración del eje es más pequeña y por ende los desplazamientos. Así, el cuarto pico de la transformada tiene una amplitud muy pequeña lo cual implica que los lazos formados en la órbita no se aprecien con tanta claridad salvo en los casos donde sí tiene una dimensión mayor, como ocurre en $\alpha = 0.40$, que, al ser una fisura mayor, el eje vibra más y por tanto el último pico del espectro es mayor, por tanto, el cociente $\frac{A_1}{A_n}$ es menor y la órbita presenta lazos más apreciables.

$\alpha=0.0$ $p=0.2499$  $\alpha=0.10$ $p=0.2490$  $\alpha=0.15$ $p=0.2483$  $\alpha=0.20$ $p=0.2483$ 

$\alpha=0.25$ $p=0.2524$  $\alpha=0.30$ $p=0.2462$  $\alpha=0.35$ $p=0.2434$  $\alpha=0.40$ $p=0.2462$ 

$$\alpha=0.45 \quad p=0.2378$$

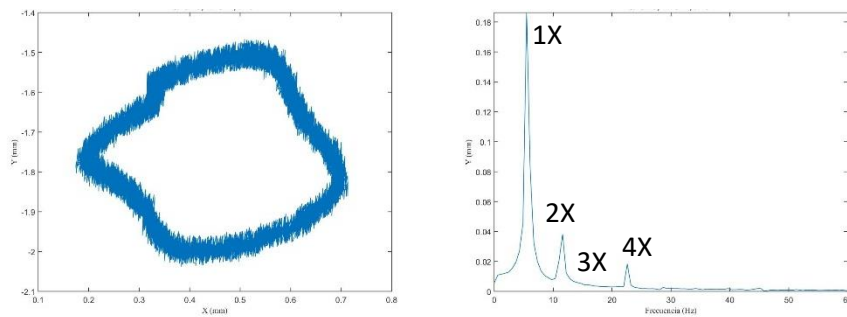


Figura 4.12: Órbita y FFT a $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ para los distintos ejes

Las imágenes representadas son la representación de los valores $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ obtenidos mediante el método de elegir como velocidad crítica aquella en la que el cociente de amplitudes $\frac{A_1}{A_n}$ sea un mínimo. En el caso de $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ se cumple que a medida que aumenta la fisura, la ω_{crit} obtenida va disminuyendo. Sin embargo, tanto en el caso de $\frac{1}{2}\omega_{crit}$ como en $\frac{1}{4}\omega_{crit}$, aparecen casos en los que no es así, pero en general la tendencia sí es descendente, esto puede deberse a una mala toma de datos, tal vez relacionada con la disposición del eje en las mordazas, que, al ser de colocación manual, pueden aparecer errores humanos.

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

5.1 Conclusiones del experimento

En este proyecto se ha estudiado el funcionamiento de los ejes rotatorios fisurados y se ha profundizado en el estudio del rotor de Jeffcott. Se ha realizado un estudio experimental del comportamiento de un eje fisurado, y se han obtenido las siguientes conclusiones:

- Se ha realizado una serie de ensayos experimentales en ejes previamente entallados y con distintos tamaños de fisura. A partir de medidas del desplazamiento de los ejes se han obtenido órbitas y espectro de frecuencias del desplazamiento de los ejes y con ellos se ha podido estudiar el avance y la evolución de la velocidad crítica en ejes fisurados. Se han analizado la forma de las órbitas y el espectro de frecuencias de tres velocidades subcríticas $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ y se han obtenido la velocidad crítica de cada eje.
- A raíz de los resultados obtenidos, para los casos en los que se ha calculado sin error la velocidad $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ se ha obtenido con exactitud la ω_{crit} de cada eje estudiado (Tabla 4.2).
- Se ha encontrado una a relación entre la velocidad de giro, el número de lazos de la órbita y el número de picos del espectro de frecuencias: para una velocidad de giro próxima a $\frac{1}{n}\omega_{crit}$ aparecerán $n - 1$ lazos en la órbita y n picos en el espectro de frecuencias.
- Se han obtenido resultados que apoyan el procedimiento para calcular la velocidad crítica a partir del cociente de las amplitudes de los armónicos $\frac{A_1}{A_n}$ [17].
- Al comparar las órbitas y el espectro de frecuencias a distintas velocidades se ha observado una relación entre el último pico del espectro, correspondiente con la

frecuencia de la velocidad crítica y la forma de la órbita. Cuanto mayor es el último pico y, por ende, menor el cociente $\frac{A_1}{A_n}$, más claramente se apreciarán los lazos de la órbita.

- Todos los resultados obtenidos en este proyecto se han conseguido sin necesidad de utilizar métodos destructivos o que provoquen daño en el instrumental. Esto permite crear nuevos sistemas de control que permitan anticiparse a inconvenientes que puedan afectar a sistemas mecánicos de gran coste de reparación o mantenimiento. Analizando mediante el estudio de las órbitas y el espectro de frecuencias la aparición de desperfectos en ejes en actividad se puede prever la rotura de elementos importantes en una instalación y que puedan suponer sobrecostes y accidentes.

5.2 Propuestas de mejora y trabajos futuros

La toma de datos se realizó intentando conseguir analizar siempre en las mismas condiciones, sin embargo, existe un error humano al analizar los datos debido al ajuste del rotor. La fuerza con la que se colocan los ejes en las mordazas no se puede replicar al realizar la instalación a mano, lo que altera las condiciones de contorno ya que al no estar en una disposición exactamente igual las fuerzas en los empotramientos pueden variar, lo que genera errores en la precisión de las medidas. Para ensayos posteriores sería recomendable utilizar un sistema de cierre automático que eliminase la existencia de este tipo de error.

A partir de los resultados y conclusiones obtenidos se proponen varios desarrollos para futuros estudios:

Sería de interés aumentar la precisión de los resultados realizando barridos de velocidad con un espaciamiento menor, de tal forma, se obtendrían valores de $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, $\frac{1}{3}\omega_{crit}$ y $\frac{1}{4}\omega_{crit}$ más cercanos al real del eje.

Al analizar los ejes a la mayor velocidad estudiada, $\frac{1}{2}\omega_{crit}$, se observaba cómo a tamaños de fisura grandes la inestabilidad hacía que el segundo pico del espectro de

frecuencias fuera mayor que el primero, al revés que en el resto de casos. El banco de ensayos utilizados no permite estudiar ejes con desplazamientos muy elevados. Por ello, se propone realizar un estudio de los desplazamientos en un banco de ensayos capaz de girar a la velocidad crítica y a velocidades supercríticas, donde los desplazamientos del eje sean mayores, obteniendo con ello las órbitas y el espectro de frecuencia a esas velocidades, y comprobando si a estas velocidades también ocurre este fenómeno de amplitudes inversas.

En este estudio se han analizado ejes con una excentricidad situada a 0° y con frentes de fisura rectos, extender el estudio a distintas posiciones de la excentricidad o a ejes con fisuras con frentes distintos y sometidos a otro tipo de cargas como torsión o tracción podría aportar algo más de información acerca del comportamiento de los ejes.

Por último, podría ser de interés analizar el comportamiento a fatiga de los ejes analizando el número de ciclos. Para ello podría ser útil contabilizar el número de vueltas ciclos por el eje mediante algún contador de ciclos, y comparar las diferencias entre las órbitas y FFT a distintos ciclos, para así analizar la influencia del número de vueltas en la vibración del eje. Actualmente no se puede calcular cuántos ciclos sufre el eje dado que no se puede saber cuándo se detiene o no.

Capítulo 6

Planificación y presupuesto

6.1 Organización

En la tabla 6.1 se expone distribución de la carga de trabajo de las tareas a lo largo de este proyecto, así como su duración para obtener el presupuesto:

Tabla 6.1: Desglose de tareas

<i>Tarea</i>	<i>h/día</i>	<i>días</i>	<i>horas totales</i>
<i>1. Propuesta del TFG</i>	1	1	1
<i>2. Planificación del proyecto</i>	2	1	2
<i>3. Documentación</i>	2	15	30
<i>4. Toma de datos experimental</i>	5	20	100
<i>5. Análisis de datos</i>			
<i>5.1 Exportar datos a Excel</i>	2	10	20
<i>5.2 Aplicar FFT y órbitas en Matlab</i>	2	10	20
<i>5.3 Crear base de datos en Excel</i>	4	15	60
<i>5.4 Comparación de resultados</i>	5	10	50
<i>6. Redacción de la memoria</i>	3	30	90
<i>Tiempo total</i>			373

A continuación, se presenta una estimación de los costes necesarios para este proyecto desglosados en dos categorías:

- Costes asociados al personal:
 - Tiempo de supervisión del tutor: estimado como 60 horas, separadas a lo largo de cinco meses, y computadas con el salario de ingeniero senior

- Tiempo de realización del proyecto: estimado en 373 horas y computadas con el salario de ingeniero junior
- Costes asociados al material, equipo y aplicaciones utilizados.
 - Ordenador personal
 - Licencia de Matlab
 - Licencia de Microsoft Office

El coste total del proyecto es de 12720€, detallado a continuación en la tabla 6.2. Para obtenerlo se ha utilizado la siguiente fórmula de cálculo de la amortización:

$$Coste = \frac{A}{B} \cdot C \cdot D$$

Donde:

- A = ni meses de utilización del equipo
- B = periodo de depreciación (establecido como 60 meses)
- C = coste total del equipo
- D = porcentaje del uso que se dedica al proyecto (habitualmente 100%, salvo que se emplee para otros proyectos)

6.2 Presupuesto detallado

1.- Autor: Luis González Pozuelo

2.- Entidad: Universidad Carlos III de Madrid

3.- Descripción del proyecto:

- Título: Estudio experimental de un eje fisurado giratorio. Cálculo de la velocidad crítica.

- Duración del proyecto: 4 meses

- IVA: 21%

4.- Presupuesto total del proyecto (valores en Euros): 12720,00€

5.- Desglose del presupuesto (costes directos)

Tabla 6.2: Desglose del presupuesto del proyecto

Costes Humanos					
Integrante	Categoría	Dedicación (horas)		Coste (€/h)	Coste Total (€)
Luis González	Ingeniero Junior	373		25	9325
Laura Montero	Ingeniera Senior	60		50	3000
				Subtotal	12325
Costes Humanos					
	Uso dedicado (%)	Dedicación (meses)	Periodo depreciación (meses)	Coste (€)	Coste Total (€)
Ordenador personal	60	4	72	950	31,67
Licencia Microsoft Office	60	4	12	150	30,00
Licencia Matlab R2016a	100	2	12	2000	333,33
				Subtotal	395,00
Presupuesto Total del Proyecto					12720,00

BIBLIOGRAFÍA

- [1] E. J. Gunter. *Introduction to rotor dynamics*. Charlottesville, VA, Estados Unidos, 2001.
- [2] W. Rankine, «On the centrifugal force of rotating shaft», *The Engineer*, vol. 27, pág. 249, 1869.
- [3] S. Dunkerley, «On the whirling and vibrations of shafts», *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A*, vol. 185, págs. 279-360, 1894.
- [4] D. M. Smith. *The motion of a rotor carried by a flexible shaft in flexible bearings*. Proc. R. Soc. London (1933), Ser. A, Vol 142, 92-118.
- [5] J. Sinou, A. W. Lees. «The influence of cracks in rotating shafts». *Journal of Sound and Vibration*, vol. 285, págs. 1015-1037, 2005.
- [6] J. Gómez-Mancilla, J. Sinou, V.R. Nosov, F. Thouverez, A. Zambrano. *The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor*. C. R. Mecanique 332 (2004) 955–962.
- [7] M. A. Al-Shudeifat, A. Buthcer. «New breathing functions of the transverse breathing of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis». *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, págs. 526-544, 2011.
- [8] Tejas H. Patel, K. Darpe. «Influence of a crack breathing model on nonlinear dynamics of a cracked rotor». *Journal of Sound and Vibration*, vol. 311, págs. 953-972, 2008
- [9] P Goldman y A Muszynska, «Application of full spectrum to rotating machinery diagnostics», *Orbit*, vol. 20, págs17-21, 1999.
- [10] R Gasch, «A survey of the dynamic behavior of a simple rotating shaft with a transverse crack», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 160, págs. 313-332, 1993.
- [11] R. Gasch, «Dynamic behavior of a simple rotor with a cross-sectional crack», *Vibrations in rotating machinery, Imech E Conference paper*, (1976),

- [12] T. Patel y A. Darpe, «Influence of crack breathing model on non linear dynamics of a cracked rotor», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 311, págs. 953-972, 2008.
- [13] A. Dimarogonas y C. Papadopoulos, «Vibrations of cracked shafts in bending», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 91, págs. 583-593, 1983.
- [14] H. H. Jeffcott. «The lateral vibration of loaded shafts in the neighbourhood of a whirling speed», *The effect of want of balance*, vol 37, págs. 219-304, 1919.
- [15] M. van Osch, «Rotor dynamics of a centrifugal pump», Technische Univertiteit Eindhoven, inf. Téc., 2006.
- [16] M. Al-Shudeifat y E Butcher, «New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotorsystem: Approach for critical and subcritical harmonic analysis», *Journal of Sound and Vibration*, vol. 30, págs. 526-544, 2011.
- [17] L. Montero García. *Estudio numérico y experimental de un eje fisurado giratorio. Determinación del Factor de Intensidad de Tensiones*. Tesis Doctoral. Universidad Carlos III de Madrid. 2017.
- [18] A. Muszynska, *Rotordynamics*, Taylor y Francis, 2019.
- [19] J. Bernal Cuadrado. *Análisis experimental de los desplazamientos de un eje fisurado giratorio*. Trabajo Fin de Grado. Universidad Carlos III. 2017.